Las cuatro reglas cartesianas

Es probable que la disciplina matemática con mayor aplicabilidad a la realidad sea la teoría de las probabilidades (y la estadística, muy vinculada a la primera). Desde que Pascal resolvió matemáticamente el problema del juego de dados planteado por el caballero de la Mère, la teoría de probabilidades se ha ido presentando como la rama de la matemática a la que están más sometidas las diversas parcelas de lo real. Poca aplicación tiene en psicología el análisis, pero mucha y fecunda la estadística. Y algo análogo sucede en biología, en economía e incluso en ciencias que parecen tan alejadas de la matematización como pueda ser la historia.

Ahora bien, la aplicación de la teoría de las probabilidades a lo real presenta una serie de dificultades que la convierten en un arma de dos filos. De una parte es indudable la validez y la fecundidad de tal aplicación, pero de otra parte, esta aplicación tiene que hacerse con gran cuidado, pues de otra forma, y este es el objeto fundamental del presente trabajo, se originan errores que podríamos calificar como de "bulto".

Si en cualquier especulación matemática - y no matemática, por supuesto - es necesario seguir fielmente las cuatro reglas cartesianas (criterio de evidencias, análisis, síntesis y frecuentes recapitulaciones), en el tratamiento de un problema de probabilidades es todavía más imperioso. Su incumplimiento ha conducido a innumerables errores.

Una moneda al aire

Este es un problema bien sencillo hoy en día, pero no lo fue así en el siglo XVIII, cuando se le planteó a uno de los matemáticos más ilustres de su época, D´Alembert. Consistía en lo siguiente: se lanza sucesivamente dos veces una moneda al aire: ¿cuál será la probabilidad de obtener al menos una vez cara? D´Alembert razonó de esta manera. Los casos posibles que pueden obtenerse al lanzar una moneda son tres: dos caras, dos cruces y una cara y una cruz; el número de casos favorables son dos; en consecuencia, la probabilidad es de 2/3.

El razonamiento era erróneo, ya que el número de casos posibles son cuatro (cara-cara, cara-cruz, cruz-cara y cruz-cruz), por lo que la probabilidad pedida es de 3/4. El error de D´Alembert radicó en considerar como identificables, es decir, como el mismo, los casos cara-cruz y cruz-cara.

Un problema bien planteado

Para evitar llegar a conclusiones erróneas o perderse en disquisiciones estériles, nunca se hará bastante hincapié en éste hecho: antes de intentar resolver un problema hay que cerciorarse de que es un problema bien planteado y no un pseudoproblema.

¿Qué sucede cuando una fuerza irresistible se opone a un cuerpo inamovible?

En realidad nos encontramos ante un problema mal formulado, ya que encierra en su formulación un "sin sentido semántico". "Fuerza irresistible" es aquella a la que no puede oponerse cuerpo alguno; "cuerpo inamovible" es el que se opone a toda fuerza. En consecuencia lo que dice el problema es ¿qué sucede cuando una fuerza que puede mover cualquier cuerpo se encuentra con un cuerpo que no puede ser movido? O dicho en otros términos, qué sucede con la conjunción p y $\overline{p}$ $\left(p \wedge \overline{p}\right)$. **Pues sucede que es una contradicción**.

El rostro limpio y el rostro sucio

El ejemplo más bello y preciso de pseudoproblema, de problema mal planteado, lo hemos encontrado en la *Mishná* (por si alguien no lo recuerda, diremos que la *Mishná* es una de las dos partes en que se divide el *Talmud*; la otra parte es la *Guemará*). Está expuesto en uno de los *haggadot* y se presenta como un problema planteado por un rabino a un "goy", con objeto de que éste comprenda cómo es el razonamiento talmúdico. Lo expondremos en forma de diálogo:

Rabino: Dos hombre caminan por un sendero; es verano, mediodía, el calor es intenso; la marcha es penosa y ardua, pero al fin llegan ante una fuente de cristalina agua; uno de los caminantes tiene el rostro sucio de polvo, el otro no. ¿Cuál de los dos se lavará el rostro en el agua de la fuente?

Goy: La cuestión es muy fácil. El que tiene el rostro sucio.

Rabino: No, no es así. Has razonado muy mal. Reflexiona.

Goy: ¡Ah, ya caigo! se lava el rostro el que lo tiene limpio. En efecto, el que lo tiene sucio no ve su rostro, sino el de su compañero, y al observar que éste lo tiene limpio, cree que así sucede con el suyo y no se lava. Por el contrario, el que lo tiene limpio ve que el de su compañero está sucio, cree que el suyo también lo está y se lava.

Rabino: Sigues sin comprender nada. ¿Cómo es posible que si dos hombres van por el mismo camino, a la misma hora, durante el mismo tiempo, lleguen al final de su marcha el uno con el rostro limpio y el otro con el rostro sucio?

Es indudablemente un problema mal planteado o, si se quiere, con un planteamiento imposible. Su única solución es que no hay solución o, si se quiere, que hay que replantearse el problema variando sus datos.

Con todo lo dicho se pone de relieve la dificultad intrínseca que encierra el cálculo de probabilidades.

La imprecisión es peor que el error

Pero estas dificultades se incrementan al intentar aplicar dicho cálculo a los fenómenos reales. La razón fundamental de este incremento radica en que los fenómenos de la realidad difícilmente son equiposibles, tal como en principio se exige en la teoría de las probabilidades. La consideración de que fenómenos no equiposibles son equiposibles ha sido fuente de continuos errores, errores cometidos por autores de primera fila.

La falsa equiposibilidad de los sucesos o fenómenos se suele introducir de dos formas. A veces se realiza mediante el establecimiento de un enunciado incompleto, preteriendo factores fundamentales en el problema, lo que conduce inevitablemente al error o, al menos, a la imprecisión, y no olvidemos que, como dijo Lord Kelvin, "en la Ciencia, la imprecisión es peor que el error".

Otras veces la falacia está en la aplicación de la teoría de las probabilidades a sucesos que se presentan como equiposibles cuando, en realidad, son radicalmente no equiposibles.

Soluciones de principiante

- En una fiesta de sociedad hay cuatro muchachas llamadas Leonor, Susana, Isabel y Rosario, y yo tengo que elegir a una; ¿cuál es la probabilidad de que la muchacha elegida sea Susana? La respuesta del principiante sería de 1/4, ya que hay cuatro casos posibles y uno favorable. Con lo que cometería un craso error, ya que la probabilidad es de cero (la probabilidad del suceso imposible).

  La causa del error está en considerar los cuatro sucesos (elegir a Leonor, elegir a Susana, elegir a Isabel, elegir a Rosario) equiposibles. Pero, en tal situación, yo no dudaría un segundo en elegir a Rosario. El suceso "elegir a Rosario" tiene probabilidad 1 (probabilidad del suceso seguro), por lo demás, todos los demás sucesos (sucesos contrarios al seguro) son imposibles (probabilidad 0).

No es igual operar con un aséptico dato que con acontecimientos reales. La realidad es mucho más complicada de manejar que los entes abstractos de la matemática.

Un error semejante, aunque no derivado del olvido de las pulsiones humanas como el anterior, sino de hacer caso omiso de la naturaleza de los átomos sería el siguiente:

- En un recipiente tenemos 8 átomos de oxígeno y 16 átomos de hidrógeno ¿cuál es la probabilidad de que, si se unen en grupos de tres, se obtenga la unión de un átomo de oxígeno con dos de Hidrógeno? Sobre la base de considerar todas las diversas uniones equiposibles la respuesta sería que la probabilidad pedida es escasa. Todos sabemos lo absurdo de tal solución, absurdo que se deriva de no haber tenido en cuenta la estructura de la capa electrónica externa de los átomos respectivos.

- De entre las innumerables objeciones al evolucionismo una de las más extendidas ha sido la basada en la teoría de las probabilidades. Uno de sus expositores, quizás el más brillante, fue Lecomte de Noüy. Su argumentación se cifraba en sostener que, dados los innumerables componentes del ojo humano, la probabilidad de que se integrasen al azar en la forma correcta, es decir, para formar tal ojo, era prácticamente despreciable. Con mayor razón habría que despreciar la probabilidad de la constitución de todo un organismo más complejo.

- Modernamente se aplicó este argumento a, por ejemplo, la síntesis de cualquier aminoácido, cuya polimerización constituye las proteínas, los "ladrillos" del organismo viviente. Consideremos uno de estos aminoácidos, muy sencillo, la glicocola, cuya fórmula es H_2NCH_2COOH ¿Cómo puede admitirse que al azar, se hayan unido sus componentes para constituir tal glicocola en un momento determinado de la historia del universo? La probabilidad es tan pequeña que es despreciables. Y no digamos nada si luego pasamos a considerar la probabilidad de que entre dos aminoácidos se realizase el enlace peptídico, es decir la unión mediante un enlace amida entre el grupo carboxilo de un aminoácido y el amino de otro. Y después habrá que considerar la probabilidad de que el dipéptido así formado siguiese el proceso de polimerización para constituir una proteina etc.

Tal forma de razonar es equiparable a la que vimos en los dos ejemplos anteriores, el de la fiesta de sociedad y el de la unión de átomos de O e H. su error está en considerar equiparables todas las posibles uniones teóricas, y evidentemente no es así. Y la mejor prueba la dio Stanley Miller al sintetizar en el laboratorio aminoácidos con facilidad y rapidez.

Probabilidad y mundo real

Para los matemáticos la probabilidad y su cálculo están claros. Por lo menos, tan claros como los conceptos de conjunto, número, medida, etc. Es decir, que para ellos se trata de un concepto abstracto definido mediante unos axiomas y que se somete a un cálculo derivado de los mismos. Otro problema diferente es la de las interpretaciones empíricas que se pueda o quiera dar al concepto de probabilidad. Dicho problema no es, como se comprende fácilmente, sólo una cuestión académica: la posible aplicación del cálculo de probabilidades en numerosos campos y la validez de los razonamientos, y la eficacia de las acciones basadas en él, tendrán mucho que ver con la misma.

Para unos, la probabilidad tiene una base subjetiva (se trataría de una medida más o menos arbitraria, de la verosimilitud que se otorga a una proposición, o indicaría un grado de creencia o desconocimiento); para otros, es objetiva (por ejemplo, interpretándola como frecuencia o como límite de frecuencia). Numerosos matemáticos, filósofos y lógicos han participado en la polémica que, conviene insistir en ello, no pone en duda la teoría matemática. Entre ellos aparecen nombres importantes también por otras razones, como von Mises, Wittgenstein o Carnap.

Naturalmente que de todo lo visto no hay que sacar la conclusión de que la teoría de las probabilidades no es aplicable a lo real. Todo lo contrario, la realidad está regulada por ella. Lo que sí hay que tener muy en cuenta es la complejidad de la aplicación de esta rama de la matemática a los fenómenos reales.

En la actualidad los fenómenos del universo tienen que ser interpretados en términos de probabilidad y estadística, más que de absoluta certeza.

¿Es posible que si yo lleno un vaso de agua y lo dejo sobre la mesa suceda que, en un momento cualquiera, la masa de agua se divida en dos mitades, una de las cuales se congele y la otra se ponga a hervir? Es posible, si bien la probabilidad es tan pequeña que no vale la pena hacer el experimento y mirar al vaso fijamente para ver cuando ocurre (este curioso suceso se conoce con el nombre de la *marmita de Jeans*; para acelerar su realización y hacerla factible en la práctica necesitaríamos de intervención del famoso *demonio de Maxwell*).

Si lanzamos una partícula alfa a través de una masa de Nitrógeno, ¿se transformará un átomo de N en H? La respuesta no puede ser taxativa, sí o no. Lo único que se puede afirmar es que hay una probabilidad p de que tal suceso ocurra, probabilidad que puede ser calculada.

Dicho en otras palabras, los fenómenos naturales se presentan como fenómenos de probabilidad, que en unos casos será altísima (lo que equivale a la certeza práctica de su realización) y en otros bajísima (lo que equivale a la certeza práctica de su no realización).

En cuanto a la aplicación del Cálculo de probabilidades al estudio de la realidad, conviene conocer la razón de Huygens en el primer libro de la disciplina: no se trata sólo de juegos, también de cosas, si no más serias sí más graves. Por una parte la Estadística actual es, aparte su cierto estilo heurístico y pragmático, una aplicación del Cálculo de probabilidades, y quien dice Estadística dice conocimiento y acción en la sociedad moderna (demografía, estadísticas económicas, aplicaciones ingenieriles en calidad, seguridad y fiabilidad de los productos, *marketing*, investigaciones sociológicas, etc.). Pero, por otra parte, bien directamente bien a través de las muchas disciplinas especializadas del mismo (teoría de colas, teoría de la decisión, teoría de la información, etc.) el Cálculo de probabilidades da métodos y modelos para interpretar, explicar y prever el comportamiento de numerosos fenómenos físicos, biológicos, psicológicos y sociales. Precisamente, uno de los grandes debates -se vuelve así a Demócrito- de la Física y la Biología contemporánea es el papel que en la realidad juegan el "azar y la necesidad". La Termodinámica y la Mecánica estadística primero y la Mecánica Cuántica después han supuesto en el siglo XIX y en el XX una quiebra del determinismo clásico y han introducido la probabilidad en la explicación de la propia realidad. La cuestión es compleja y disputada y plantea serios problemas epistemológicos.

Heurístico	Manera de buscar la solución de un problema mediante métodos no rigurosos, como por tanteo, reglas empíricas, etc.
Pragmatismo	Movimiento filosófico iniciado en los Estados Unidos por C. S. Peirce y W. James a finales del siglo XIX, que busca las consecuencias prácticas del pensamiento y pone el criterio de verdad en su eficacia y valor para la vida.
Epistemología	Doctrina de los fundamentos y métodos del conocimiento científico.