La Programación Lineal: sus objetivos.

La palabra **programa** (y su derivada **programación**) se utiliza, en el lenguaje ordinario, en el propio de numerosas actividades diarias y en el de la política y la economía con gran frecuencia. Su significado más usual es próximo al de **plan** y se refiere a la secuencia ordenada de acciones elementales, normalmente detalladas y fechadas, que conducen a un fin o, bien, suponen por sí mismas un proceso, o un acontecimiento. Se habla, así, de **programas** económicos, políticos, de producción, de ventas, de un espectáculo, de una máquina automática o de una temporada deportiva. Resulta lógico que, con la aparición de la informática, se haya designado como **programa de ordenador** el que debe consumar éste para ejecutar un cierto algoritmo matemático o lógico o un tratamiento de datos. Tal acepción es hoy una de las más usuales, al menos en conceptos técnicos, del término **programa**.

Por el contrario, no han adquirido ninguna popularidad, a pesar de su gran utilidad práctica e interés intelectual, los programas y la **programación matemática**.

La **programación matemática** es una técnica de optimización, para funciones de varias variables que, a su vez, están sometidas a ciertas condiciones adicionales.

Optimizar es la acción de llevar una cierta magnitud a su óptimo, o sea, a su máximo o a su mínimo, según se trate de algo que se considera beneficioso o perjudicial, en cuyos casos respectivos se utilizan también los nombres de maximizar o minimizar. Se optimiza todo tipo de magnitudes para las que se estima o valora que tienen estados preferibles a otros y se quiere alcanzar el de mayor utilidad o satisfacción. Por ejemplo, un empresario puede buscar el máximo beneficio y una gota de lluvia puede buscar encerrar en una superficie mínima su volumen de agua. Se optimiza, naturalmente, para obtener mayor beneficio, utilidad, ventaja.

Su aplicación, dejando aparte su interés puramente matemático, es notable en múltiples campos científicos, económicos y técnicos, que van desde la determinación de la dieta de un rebaño a la del funcionamiento del sistema eléctrico de un país o la planificación macroeconómica.

Los fundamentos matemáticos de la programación lineal se deben al matemático norteamericano de origen húngaro John von Neumann (1903-1957), quien en 1928 publicó su famoso trabajo *Teoría de juegos*. En 1947 conjetura la equivalencia de los problemas de programación lineal y la teoría de matrices desarrollada en sus trabajos. La influencia de este respetado matemático discípulo de David Hilbert en Gotinga y, desde 1930, catedrático de la Universidad de Princeton de Estados Unidos, hace que otros investigadores se interesen paulatinamente por el desarrollo riguroso de esta disciplina.

En 1958 se aplicaron los métodos de la programación lineal a un problema concreto: *el cálculo del plan óptimo de transporte de arena de construcción a las obras de edificación de la ciudad de Moscú.* En este problema había 10 puntos de partida y 230 de llegada. El plan óptimo de transporte, calculado con el ordenador Strena en 10 días del mes de Junio, rebajó un 11 % los gastos respecto a los costes previstos.

Se ha estimado de una manera general, que si un país subdesarrollado utilizase los métodos de la programación lineal, su producto interior bruto (PIB) aumentaría entre un 10 y un 15 % en tan sólo un año.

La programación matemática tiene dos ramas: la **Programación Lineal** y la **Programación no Lineal**, según que las funciones implicadas en el problema que se debe resolver sean todas lineales o no. Obviamente, la Programación Lineal tiene un tratamiento más sencillo que la no Lineal; por otra parte, la Lineal puede ser continua o discreta, según el carácter de las variables.

En general, resolver un problema de Programación Lineal consiste en optimizar una función sujeta a restricciones, entendiendo por optimizar encontrar el máximo o el mínimo, según los casos.

Pero este punto óptimo está sujeto a limitaciones, ya que las variables que intervienen en la función a optimizar se encuentran relacionadas por medio de un conjunto de desigualdades. Por tanto, hay que resolver un sistema de desigualdades y, una vez resuelto, ver en qué punto o puntos del conjunto de soluciones la función a optimizar alcanza su valor máximo o mínimo. Naturalmente, tanto la función a optimizar como las desigualdades que constituyen las restricciones del problema pueden ser o no lineales. Si lo son, nos encontramos ante un problema de Programación Lineal. Por otra parte, el número mínimo de variables del problema será de dos, aunque el número puede ser mucho más alto. Este tipo de problemas complejos sólo es accesible mediante la ayuda de un ordenador capaz de manipular un alto número de variables.

Se puede uno preguntar ¿**Por qué se estudian programas matemáticos? ¿Por qué no contentarse con el estudio clásico de máximos y mínimos libres o condicionados, de funciones derivables de una o varias variables, tal como se hace en el cálculo diferencial clásico?**

Esto es así porque hay problemas muy sencillos que el análisis clásico no resuelve. Bien porque las funciones no son derivables, o incluso continuas, o por estar las mismas definidas en conjuntos acotados (y poderse dar, por tanto, los máximos o mínimos también en las fronteras de los mismos) entre otros casos.

En el otro extremo resulta imposible un estudio general para funciones cualesquiera con condiciones arbitrarias, mientras que es factible intentarlo, y obtener resultados teóricamente interesantes y prácticamente aplicables, para casos menos generales, como los de los llamados programas matemáticos.

Por último, aunque en lugar fundamental, hay que señalar que los programas matemáticos son **modelos** de problemas técnicos y económicos que se plantean en la realidad de nuestras sociedades contemporáneas.

Entre las dificultades de la programación matemática conviene señalar algunas. Las primeras, las de la propia modelización; cuando se establece un programa matemático como modelo, para un problema real, es necesario idealizar, abstraer, hacer hipótesis, despreciar efectos secundarios, suponer relaciones sencillas (por ejemplo, lineales) en vez de las más complejas que tal vez se adviertan, etc. Luego, una vez diseñado el modelo, hay que fijar datos y parámetros, para lo que hay que medir quizá con errores, etc.

En una segunda etapa se presentan las dificultades de cálculo. La disponibilidad de teorías y algoritmos (como la del **simplex**) y de **paquetes de software** informático resuelven, en principio la cuestión, pero las dificultades reaparecen en múltiples formas.

Por ejemplo, cuando se trata de aplicar los resultados, ¿fueron suficientemente sensatas las hipótesis sobre linealidad? ¿tuvieron consecuencias graves los errores debidos a las aproximaciones teóricas o al proceso de medida? A este respecto es importante señalar el problema de la **sensibilidad**. Si se calcula la solución que da el óptimo y éste es muy sensible respecto a aquella (es decir, una pequeña variación en la misma hace que el valor se aleje mucho del óptimo) y ésta depende de los datos también muy sensiblemente, resulta que debido a los errores inevitables en éstos, o a los igualmente insoslayables errores de cálculo, la determinación del óptimo es ilusoria.

Estas y otras muchas cuestiones, que hacen repensar la relación entre matemática y realidad y sobre la aplicación de la primera a la segunda, siguen hoy siendo objeto de estudio.

Ejemplos de problemas que se resuelven con las técnicas de la Programación Lineal.

En un problema de Programación Lineal se trata de **optimizar** (maximizar o minimizar) una función, que en nuestro caso, será de dos variables. Planteando el asunto desde una perspectiva económica parece claro que la función a maximizar será una función de beneficios, mientras que la función a minimizar será una función de coste. En líneas generales los problemas con los que tratemos tendrán como objetivo determinar los beneficios máximos, o bien los costes mínimos, cumpliendo en ambos casos los objetivos que figuran en el conjunto de desigualdades que actúan como restricciones del problema.

La maximización de beneficios nos puede llevar a tratar problemas en los que la cuestión sea determinar el diseño de la producción: qué se debe fabricar y en qué cantidades para que el beneficio alcanzado sea máximo teniendo siempre en cuenta las posible limitaciones de esa producción derivadas de los recursos técnicos y humanos. En problemas que aborden temas agronómicos, maximizar beneficios puede estar relacionado con la adecuada utilización de terrenos de cultivo. También pueden considerarse rendimientos de inversiones.

En lo que se refiere a los problemas de mínimo, la cuestión será determinar los costes mínimos para lograr ciertos objetivos, lo que nos lleva de nuevo a problemas de estrategia de producción, minimización de contaminación atmosférica, e incluso, composición de una dieta alimenticia de acuerdo con ciertos requisitos y que genere costes mínimos.

Programación lineal para dos variables. Enunciado general.

Función objetivo

Recordemos que un problema de Programación Lineal con dos variables implica la existencia de una función que hay que optimizar. Esta función se llama **función objetivo**, lineal respecto a x e y.

$$\boxed{\mathbf{F(x, y) = ax + by}}$$

Para cada valor de las variables x e y la función adquiere un valor concreto. Pero en sentido contrario no sucede lo mismo: si asignamos un valor concreto a F, existen infinitos valores del par (x, y) que dan lugar a ese valor de F. Esto es evidente: se trata de los puntos de una recta, ya que si F es un número, como a y b también lo son, nos encontramos con una ecuación lineal con dos variables, cuya representación gráfica es una línea recta. Si vamos dando a F distintos valores obtendremos distintas rectas paralelas todas ellas llamadas **líneas de nivel** de la función objetivo.

Conjunto de restricciones

El **conjunto de restricciones** asociado a un problema de programación lineal es el sistema de inecuaciones lineales que se deriva del enunciado del problema, y que son del tipo:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} \mathbf{a_1x + b_1y \le c_1} \\ \mathbf{a_2x + b_2y \le c_2} \\ \vdots \quad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ \mathbf{a_mx + b_my \le c_m} \end{array}\right\}}$$

Región factible

Al resolver ese sistema obtenemos, en el supuesto de que el sistema tenga solución, una región del plano limitada por segmentos o semirectas concurrentes en diversos vértices. Esta región, acotada o no, es la **región factible** que determina la totalidad de puntos, **puntos factibles,** que cumplen todas la restricciones.

El problema consiste en averiguar para qué punto (x, y) perteneciente a la región factible obtenemos la solución óptima.

<u>Resumen</u>

En consecuencia, para resolver un problema de programación Lineal con dos variables por el método gráfico hay que proceder como sigue:

1. Formular la función objetivo.

2. Formular el conjunto de restricciones.

3. Resolver el sistema correspondiente para obtener de ese modo la región factible.

4. Barrer la región factible con las líneas de nivel de la función objetivo que tengan puntos en ella.

5. De todas ellas buscar la que corresponda al valor óptimo (máximo o mínimo) de la función objetivo.

Naturalmente puede argüirse que el procedimiento no es precisamente exacto, desde el momento en que recurre a una representación gráfica. De hecho la región factible, sea un polígono o una región no acotada, posee vértices (los puntos de intersección de las rectas definidas por las inecuaciones). Estos vértices se pueden calcular analíticamente resolviendo sistemas lineales 2·2. El problema es ajustar la línea de nivel de manera que tengamos la garantía que es la buscada. En este sentido, y con objeto de precisar de forma más estricta la resolución del problema, existe un importante teorema que nos libera de la servidumbre gráfica en la última fase de la resolución.

Localización de soluciones

Teorema

En un problema de Programación Lineal con dos variables, si la región factible existe y es acotada, el valor óptimo de la función objetivo se alcanza en uno de los vértices del polígono que limita la región, o a lo largo de uno de los lados. Si la región factible no es acotada, la función objetivo no alcanza necesariamente un valor óptimo concreto, pero si lo hace, éste se encuentra en uno de los vértices de la región.

Según el teorema anterior, si la región es acotada lo único que hay que hacer es calcular el valor de la función objetivo en todos y cada uno de los vértices del polígono, y en aquel en el que el valor de la función sea mayor (o menor) habremos alcanzado el punto óptimo buscado. **Si se da el caso de que los valores correspondientes a dos vértices coinciden, éstos serán adyacentes, de modo que a lo largo de ese lado del polígono se alcanza el mismo valor de la función objetivo, que es precisamente el valor óptimo.** *En este caso, las líneas de nivel tienen la misma pendiente que la recta que contiene a ese lado del polígono: son paralelas.*

Así pues, la última fase de la resolución de un problema de Programación Lineal con dos variables puede enfocarse así:

5. **Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices de la región factible, si ésta es acotada. El valor máximo (o mínimo) correspondiente a los vértices del polígono será el óptimo buscado. Si la región no es acotada habrá que ver, en primer lugar, si el óptimo corresponde a la zona donde hay vértices. En ese supuesto se procede como si la región fuera acotada. En caso contrario el problema carece de solución concreta.**

Problema de máximos

Una fábrica de bombones tiene almacenados 500 kg. de chocolate, 100 kg. de almendras y 85 kg. de frutas. Produce dos tipos de cajas: la de tipo A contiene 3 kg. de chocolate, 1 kg. de almendras y 1 kg. de frutas; la del tipo B contiene 2 kg. de chocolate, 1'5 kg. de almendras y 1 kg. de frutas. Los precios de las cajas de tipo A y B son 13 y 13'50 € respectivamente. ¿Cuántas cajas deben fabricarse de cada tipo para maximizar su venta?

Simplificaremos el enunciado del problema mediante la construcción de la siguiente tabla:

	Cantidad	Chocolate	Almendras	Fruta	Precio
Caja de tipo A	x	3x	x	x	13
Caja de tipo B	y	2y	1'5y	y	13'5
Total		$3x+2y$	$x+1'5y$	$x+y$	$13x+13'5y$
Almacenadas		500	100	85	

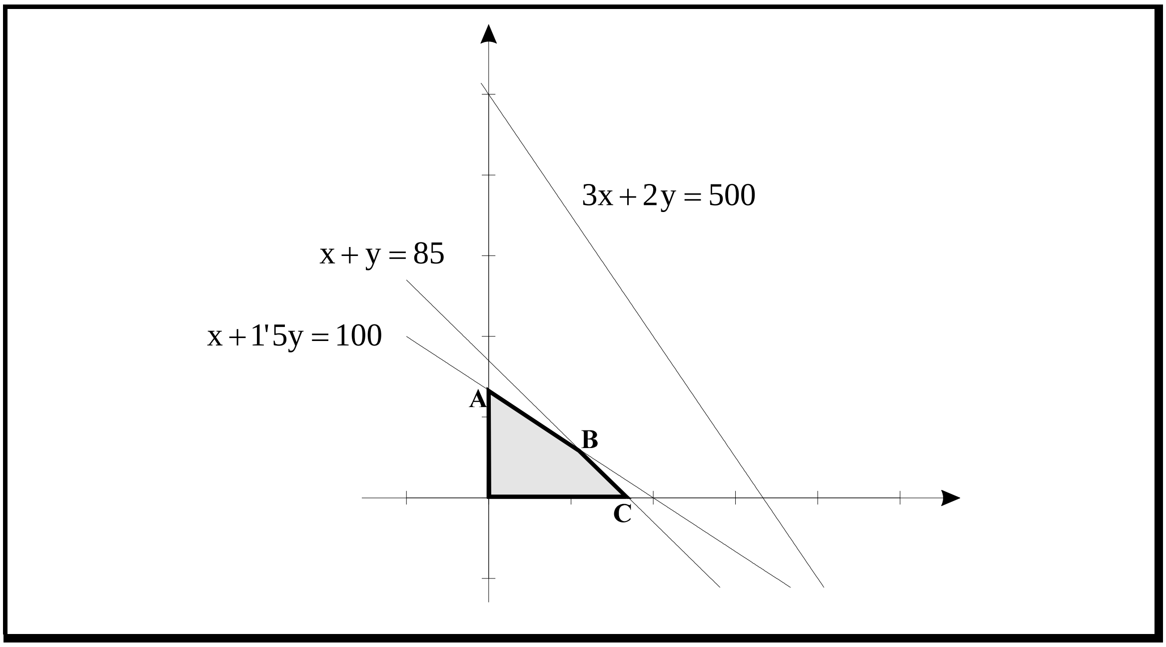
La función: $F=13x+13'5y$

es la función objetivo y representa la cantidad de euros obtenida por la venta de las cajas, y por tanto es la que debemos **maximizar**.

Las restricciones del problema vienen dadas por las siguientes inecuaciones, teniendo en cuenta que las variables **x** e **y** han de ser números enteros positivos:

$$\begin{aligned} 3x+2y &\le 500 \\ x+1'5y &\le 100 \\ x+y &\le 85 \\ x &\ge 0 \\ y &\ge 0 \end{aligned}$$

Si representamos gráficamente la región del plano que contiene a las soluciones (región factible) tenemos:



Los vértices de la región factible se obtienen como intersección de las rectas.

$$\left.\begin{array}{r} x+1'5y=100 \\ x=0 \end{array}\right\} \qquad A\left(0,\frac{200}{3}\right)$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=85 \\ x+1'5y=100 \end{array}\right\} \qquad B(55,30)$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=85 \\ y=0 \end{array}\right\} \qquad C(85,0)$$

Para calcular el máximo de la función objetivo veamos el valor que toma dicha función en todos los vértices:

$$F\left(0,\frac{200}{3}\right)=13\cdot 0+13'5\cdot\frac{200}{3}=900$$

$$F(55,30)=13\cdot 55+13'5\cdot 30=1120$$

$$F(85,0)=13\cdot 85+13'5\cdot 0=1105$$

de lo cual se deduce que el máximo valor lo alcanza en el punto $B(55,30)$, es decir que para maximizar la venta debe de fabricar 55 cajas de tipo A y 30 de tipo B.

Problema de mínimos.

Supongamos que existen dos alimentos P y Q, cuyos respectivos costes son 200 y 100 euros por paquete, y que hay dos nutrientes, M y N. Un paquete de alimento P proporciona 300 unidades de M y 4 de N. El alimento Q, proporciona 100 de M y 8 de N por paquete. Si las necesidades nutritivas son de 30.000 unidades de M y 800 de N, determina la cantidad que hay que comprar de cada alimento para que la inversión sea mínima.

Simplificaremos el enunciado del problema construyendo la siguiente tabla:

	Cantidad	Nutriente M	Nutriente N	Precio
Alimento P	x	300x	4x	200x
Alimento Q	y	100y	8y	100y
Total		$300x + 100y$	$4x + 8y$	$200x + 100y$
Se necesita		30.000	800	

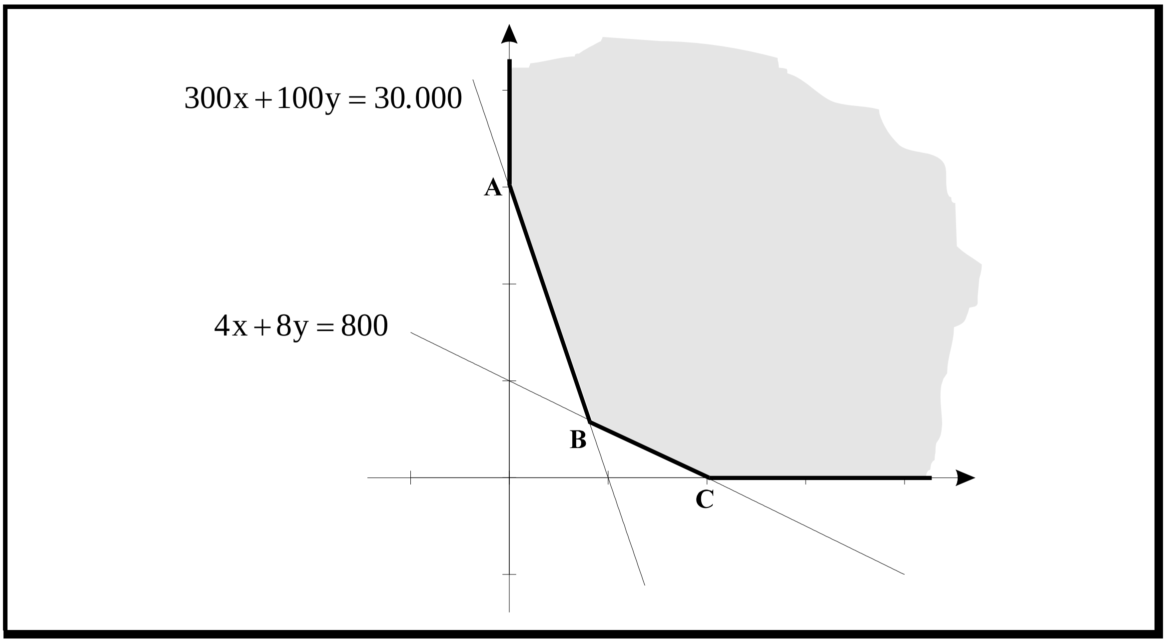
La función: $F = 200x + 100y$

es la función objetivo y representa el gasto mínimo en euros, y por tanto es la que debemos **minimizar**.

Las restricciones del problema vienen dadas por las siguientes inecuaciones, teniendo en cuenta que las variables x e y han de ser números enteros positivos:

$$
\begin{aligned}
300x + 100y &\geq 30.000 \\
4x + 8y &\geq 800 \\
x &\geq 0 \\
y &\geq 0
\end{aligned}
$$

Si representamos la región del plano que contiene las soluciones (región factible) tenemos:



Los vértices de la región factible se obtienen como intersección de las rectas:

$$\left.\begin{array}{r} 300x+100y=30.000 \\ x=0 \end{array}\right\} \quad A(0,300)$$

$$\left.\begin{array}{r} 4x+8y=800 \\ 300x+100y=30.000 \end{array}\right\} \quad B(80,60)$$

$$\left.\begin{array}{r} 4x+8y=800 \\ y=0 \end{array}\right\} \quad C(200,0)$$

Para calcular el mínimo de la función objetivo veamos el valor que toma dicha función en todos los vértices:

$$F(0,300) = 200\cdot 0 + 100\cdot 300 = 30.000$$

$$F(80,60) = 200\cdot 80 + 100\cdot 60 = 22.000$$

$$F(200,0) = 200\cdot 200 + 100\cdot 0 = 40.000$$

Por tanto, el mínimo se obtiene en el punto $B(80,60)$, es decir cuando se compran 80 paquetes de P y 60 de alimento Q.

Tipos de soluciones de un problema de Programación Lineal con dos variables

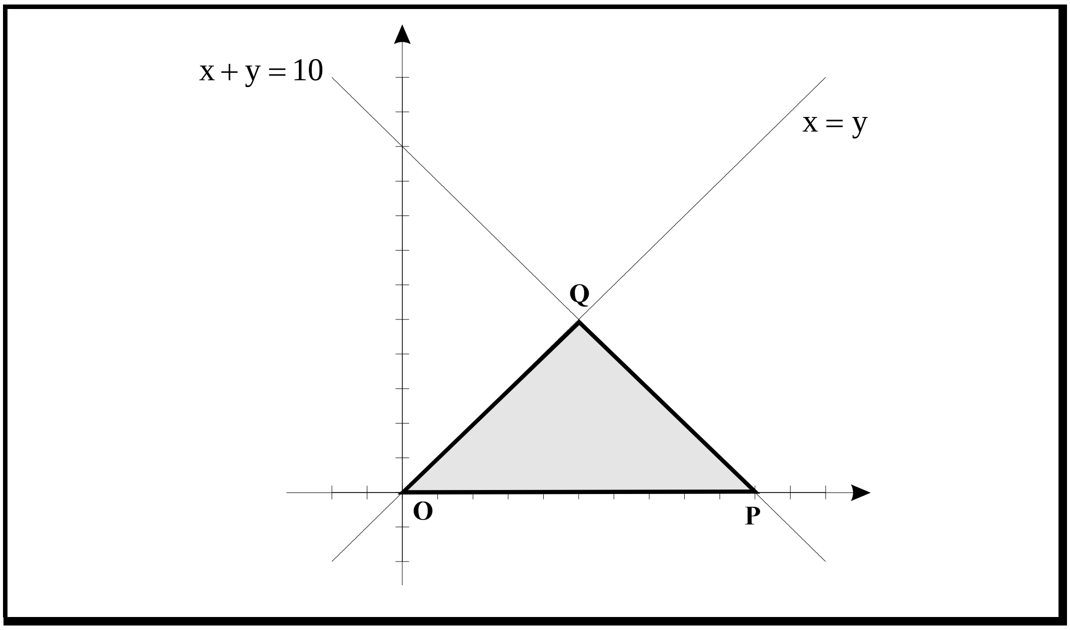
Con objeto de no perder continuidad en la descripción del tipo de soluciones que se nos pueden ofrecer, cada caso se ilustrará por medio de un ejemplo sin enunciado. ***<u>Supondremos que en todos los ejemplos se trata de maximizar la función objetivo.</u>***

❑ Solución única

El problema tiene una única solución, determinada según los criterios señalados en los epígrafes anteriores.

Ejemplo: Función objetivo $F = 3x + 5y$. Conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x &\geq y \\ x + y &\leq 10 \end{aligned}$$



La región factible es el triángulo rayado en la figura cuyos 3 vértices se obtienen como intersección de las rectas:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ y &= x \end{aligned}\right\} \quad O(0,0)$$

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ x + y &= 10 \end{aligned}\right\} \quad P(10,0)$$

$$\left.\begin{array}{r} y = x \\ x + y = 10 \end{array}\right\} \quad Q(5,5)$$

Para calcular el máximo de la función objetivo veamos el valor que toma la función objetivo en todos los vértices:

$$F(0,0) = 3\cdot 0 + 5\cdot 0 = 0$$

$$F(5,5) = 3\cdot 5 + 5\cdot 5 = 40$$

$$F(10,0) = 3\cdot 10 + 5\cdot 0 = 30$$

de lo cual se deduce, que el valor máximo lo alcanza en $Q(5,5)$.

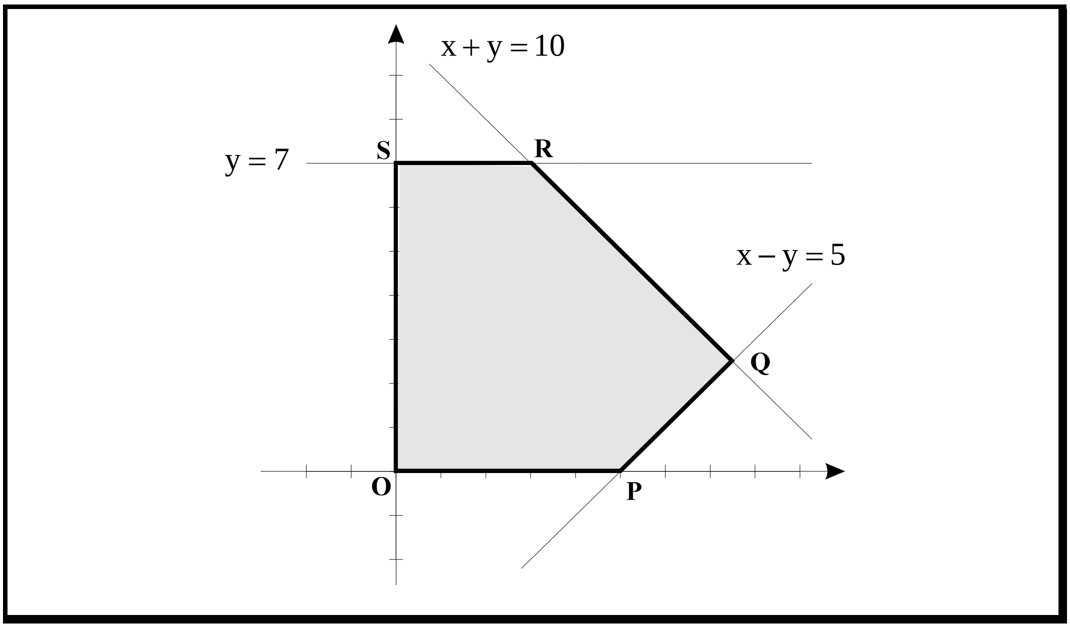
❑ Solución múltiple

El problema tiene infinitas soluciones (al menos en teoría): las que corresponden a los puntos del segmento situado entre los vértices de la región factible. En este caso la función objetivo es paralela a una de las restricciones, precisamente aquella que queda delimitada por el segmento.

Ejemplo: Función objetivo $F = x + y$. Conjunto de restricciones:

$$\begin{array}{r} \mathbf{x \geq 0} \\ \mathbf{y \geq 0} \\ \mathbf{y \leq 7} \\ \mathbf{x + y \leq 10} \\ \mathbf{x - y \leq 5} \end{array}$$

La región factible aparece representada en la siguiente figura



Los vértices se obtienen como intersección de las rectas:

$$\left.\begin{array}{r} y=0 \\ x=0 \end{array}\right\} \quad O(0,0)$$

$$\left.\begin{array}{r} x=0 \\ y=7 \end{array}\right\} \quad S(0,7)$$

$$\left.\begin{array}{r} y=0 \\ x-y=5 \end{array}\right\} \quad P(5,0)$$

$$\left.\begin{array}{r} x-y=5 \\ x+y=10 \end{array}\right\} \quad Q(7'5,2'5)$$

$$\left.\begin{array}{r} y=7 \\ x+y=10 \end{array}\right\} \quad R(3,7)$$

Veamos el valor que toma la función objetivo en cada uno de los vértices

$$F(0,0)=0+0=0$$

$$F(0,7)=0+7=7$$

$$F(5,0)=5+0=5$$

$$F(7'5,2'5)=7'5+2'5=10$$

$$F(3,7)=3+7=10$$

Por lo tanto la función objetivo se hace máxima en Q y R, luego las soluciones son todos los puntos del segmento QR.

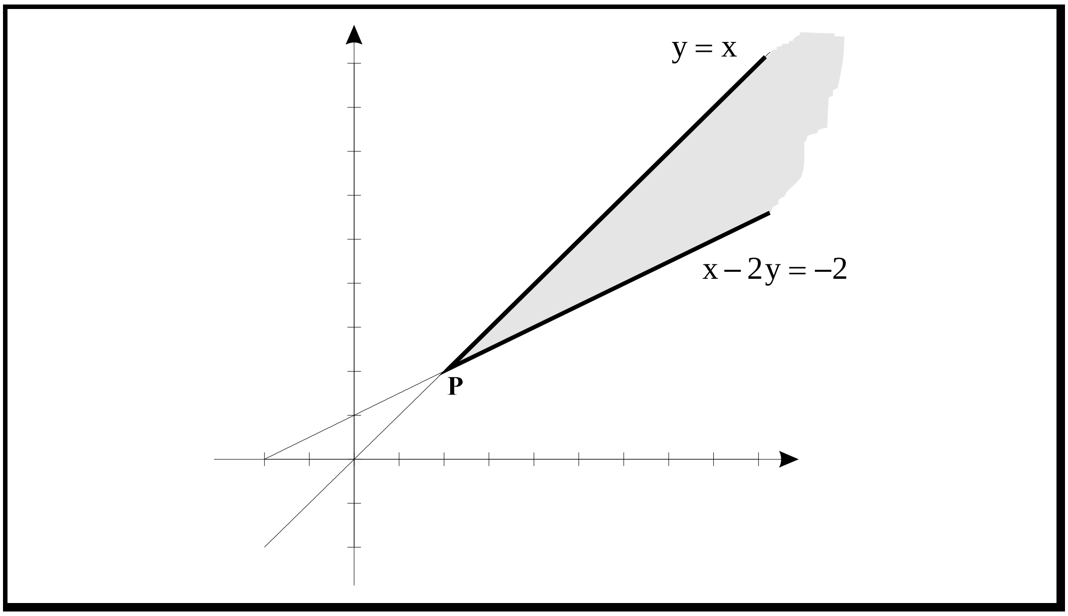
❑ Solución no acotada

En este caso no existe límite para el valor de la función objetivo, que crece indefinidamente. Ello corresponde, necesariamente a una región factible no acotada.

Ejemplo: Función objetivo $F = x + 2y$. Conjunto de restricciones:

$$\begin{array}{c} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x \geq y \\ x-2y \leq -2 \end{array}$$

La región factible es la representada en la siguiente figura:



El único vértice se obtiene al resolver el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} x = y \\ x - 2y = -2 \end{array}\right\} \qquad P(2,2)$$

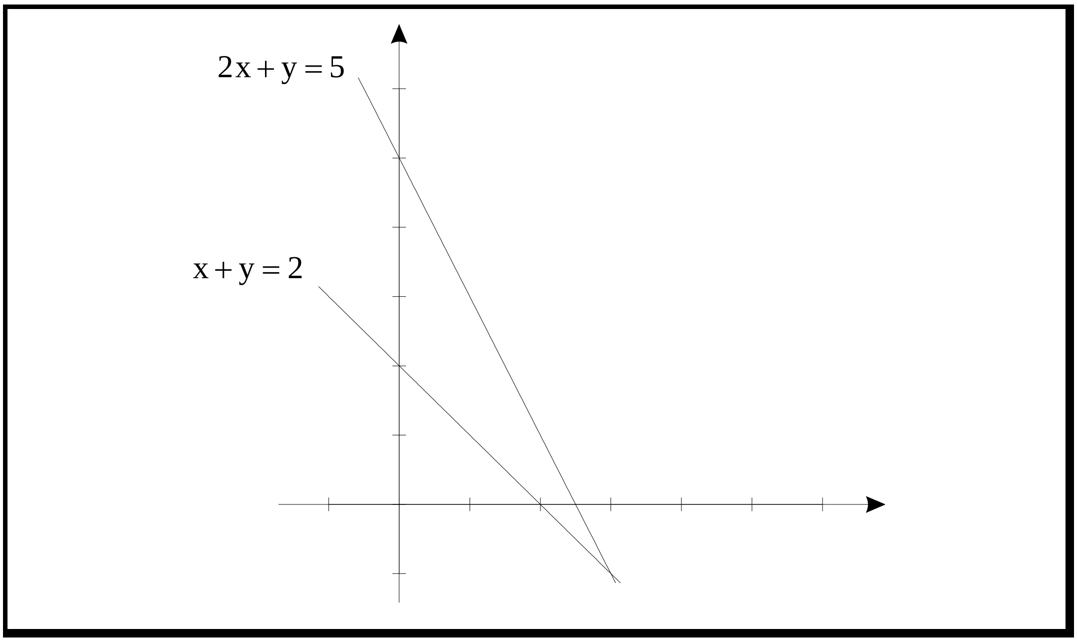
La función crece para valores crecientes de x e y, de modo que la solución no es acotada. Puede decirse en consecuencia, que el problema carece de solución

❑ Solución no factible

Corresponde al caso de que el conjunto de restricciones no sea consistente, es decir que la región factible sea vacía.

Ejemplo: Función objetivo $F = 2x + 3y$. Conjunto de restricciones: $\begin{array}{r} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 2 \\ 2x + y \geq 5 \end{array}$

De acuerdo con la figura, el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones es vacío: el problema carece de solución.

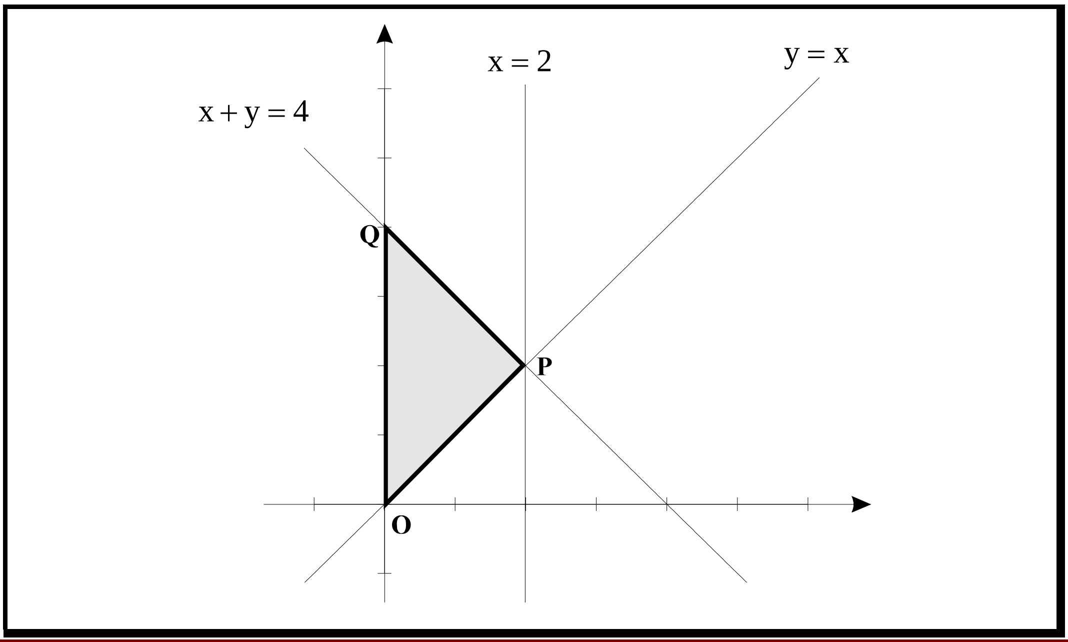


❑ Solución degenerada

Normalmente en un punto no coinciden más de dos rectas. Cuando no es así, el punto de coincidencia de más de dos rectas de las que constituyen los límites de la región factible, es un punto degenerado. Se trata, por tanto, de una solución degenerada.

Ejemplo: Función objetivo $F = 2x + y$. Conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \\ x &\leq 2 \\ x + y &\leq 4 \\ x &\leq y \end{aligned}$$



Calculamos los vértices:

$$\left.\begin{array}{r} y=0 \\ y=x \end{array}\right\} \quad O(0,0)$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=4 \\ y=x \end{array}\right\} \quad P(2,2)$$

$$\left.\begin{array}{r} x+y=4 \\ x=0 \end{array}\right\} \quad Q(0,4)$$

Hallamos el valor de la función objetivo en dichos vértices:

$$F(0,0)=2\cdot 0+0=0$$

$$F(2,2)=2\cdot 2+2=6$$

$$F(0,4)=2\cdot 0+4=4$$

El máximo se obtiene en $P(2,2)$, que es un punto degenerado.

Problemas de Programación Lineal

I. Imaginemos que una empresa fabrica tres productos A, B, C por medio de una máquina y unos cuantos obreros.

Supongamos que el empresario ha calculado que durante el próximo periodo (por ejemplo, el próximo mes) podrá disponer de 200 horas de máquina y de 300 horas de trabajo. Desde luego, suponemos también que el empresario sabe cuántas horas necesita para fabricar cada unidad de cada producto y el beneficio que le queda. Para concretar, supongamos que las horas necesarias y el beneficio por unidad son los siguientes:

	A	B	C	Horas disponibles
Horas-Máquina.......	15	10	10	200
Horas-Trabajo........	10	25	20	300
Beneficio................	5	10	12	

Lógicamente, el fabricante se preguntará: ¿Cuántas unidades de cada producto tendré que fabricar para conseguir el mayor beneficio posible sin dejar obreros parados?

La cuestión que acabamos de plantear es **un problema clásico de programación lineal**. El hecho de llamarle lineal se debe a que puede plantearse en términos de ecuaciones e inecuaciones lineales.

II. Ejemplos clásicos de Programación Lineal son también el **problema de la dieta** y el **problema del transporte**.

a. Problema de la dieta

El problema se llama así porque en sus orígenes consistió únicamente en determinar la dieta humana más económica. En su forma industrial más corriente, el problema consiste en ***saber cómo mezclar de la forma más económica posible las materias primas que constituyen un producto de fórmula química conocida***.

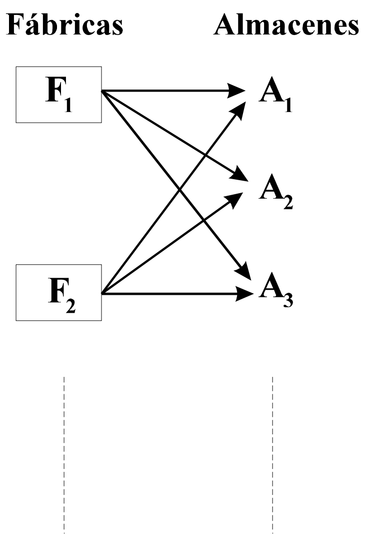
b. Problema del transporte

Supongamos que una empresa fabrica un producto en ciertos ***orígenes*** (factorías F_1, F_2,.......) y luego lo lleva a ciertos ***destinos*** (almacenes A1, A2,.....). Supongamos que se conoce:

- ¿Qué cantidad de producto se fabrica en cada origen?
- ¿Qué cantidad de cada producto se necesita en cada destino?

- ¿Cuánto vale llevar una unidad de producto desde cada origen a cada destino? (Llamaremos c_{ij} al precio de llevar una unidad de producto desde la factoría F_i al almacén A_j)

Esquemáticamente, los datos pueden agruparse de una de las dos formas siguientes:



	A_1	A_2	A_3	$\cdots$	$\cdots$	Cantidad fabricada
F1	c_{11}	c_{12}	c_{12}	$\cdots$	$\cdots$	*
F2	c_{12}	c_{12}	c_{12}	$\cdots$	$\cdots$	*
F3	c_{12}	c_{12}	c_{12}	$\cdots$	$\cdots$	*
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Cantidad demandada	*	*	*	*	$\ldots$	

El conocido ***problema del transporte*** consiste en averiguar qué cantidad de producto debe llevarse desde cada origen a cada destino para que los costes de transporte sean mínimos. Según el caso, puede ser un problema sumamente complicado por el gran número de variables que puede llegar a involucrar. Por ejemplo, la dirección de la General Eléctrica de Gran Bretraña tiene que decidir cuál es la forma más económica de llevar el carbón desde 800 minas a 200 centrales eléctricas, pudiendo efectuarse el transporte por carretera, ferrocarril o mar.