

Septiembre 2001 opción A. Ciencias de la Naturaleza y de la Salud

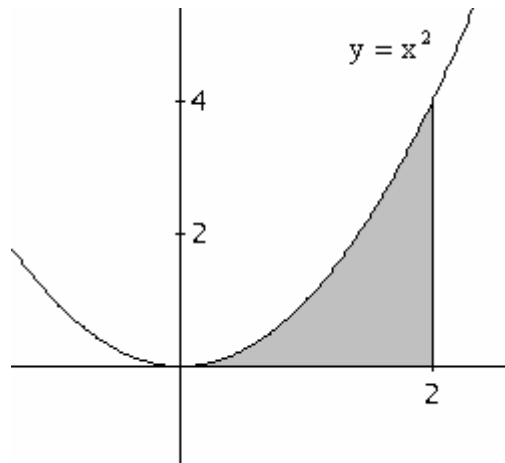
- 1) El vector de dirección de la recta que pasa por A y B es: $\overrightarrow{AB} = (80, 10, 0)$

El vector de dirección de la recta que pasa por C y D es: $\overrightarrow{CD} = (m, 10, 0)$

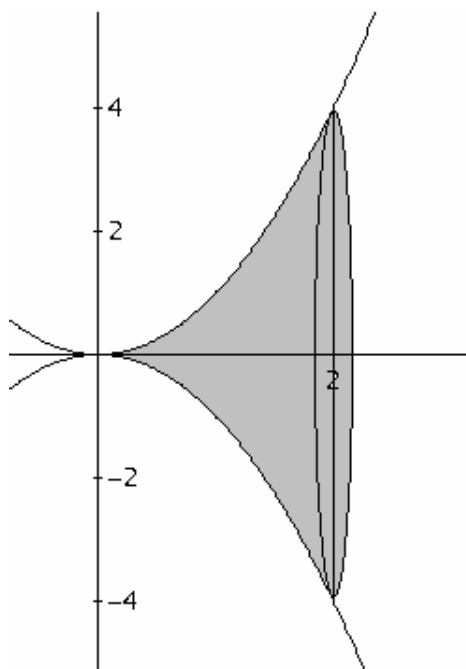
Es decir, la recta que pasa por A y B se encuentra en el plano $z = 0$ (ya que la coordenada z de los dos puntos es 0), y las rectas que pasan por C y D se encuentran en el plano $z = 10$ (ya que la coordenada z de los dos puntos es 10). Por lo tanto, independientemente del valor de m , la distancia entre las dos rectas es 10.

2)

a) $A = \int_0^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \frac{8}{3} u^2$



b) $V = \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^2 = \frac{32}{5} - 0 = \frac{32}{5} u^3$



3) Calculamos el coeficiente de correlación para los 6 primeros alumnos.

$$\begin{cases} \bar{x} = 7'33 \\ \sigma_x = 1'11 \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{y} = 6'5 \\ \sigma_y = 1'08 \end{cases}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{i=6} x_i y_i f_i}{\sum_{i=1}^{i=6} f_i} - \bar{x} \bar{y} = 1'105 \quad r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = 0'92$$

Calculamos el coeficiente de correlación para los 7 alumnos.

$$\begin{cases} \bar{x} = 6'57 \\ \sigma_x = 2'13 \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{y} = 6'57 \\ \sigma_y = 1'02 \end{cases}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{i=7} x_i y_i f_i}{\sum_{i=1}^{i=7} f_i} - \bar{x} \bar{y} = 0'621 \quad r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = 0'29$$

La diferencia entre los dos resultados está en que la nota 2 en matemáticas está muy alejada del resto de las notas en matemáticas.

4) Calculando el determinante de los coeficientes del sistema deducimos para qué valor de m el sistema es compatible indeterminado.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & m \end{vmatrix} = m - 7 = 0 \Rightarrow m = 7$$

Si $m = 7$ el sistema es Compatible e Indeterminado. Lo resolvemos por Gauss.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \xrightarrow[\substack{F_3 - 3F_1}]{\substack{F_2 - F_1}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El sistema equivalente es:
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + 2z = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 1 - \lambda \\ y = 3 - 2\lambda \end{cases}$$

Las soluciones son los puntos de la recta $(-2 + \lambda, 3 - 2\lambda, \lambda)$

Septiembre 2001 opción B. Ciencias de la Naturaleza y de la Salud

- 1) Calculando el determinante de los coeficientes del sistema deducimos para qué valor de m el sistema tiene solución única.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & m \end{vmatrix} = m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$$

Si $m \neq 3$ el sistema es compatible determinado. Hay infinitos sistemas, cada uno para un valor $m \neq 3$ y todos ellos tienen solución única. Las infinitas soluciones que corresponden a los infinitos sistemas compatibles determinados son:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 8 & 5 & m \end{vmatrix}}{m-3} = \frac{m-3}{m-3} = 1 \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & m \end{vmatrix}}{m-3} = \frac{m-3}{m-3} = 1 \quad z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & m \end{vmatrix}}{m-3} = \frac{0}{m-3} = 0$$

Como se aprecia existe una única solución que es el punto $(1,1,0)$

- 2) La curva es una circunferencia de radio 6. Propiedades de la circunferencia.
- 3) Las cuatro partes en que dividimos el segmento tienen que ser iguales dos a dos para que formen un rectángulo, por tanto si una parte es x y la otra y se verifica:

$$2x + 2y = 200 \Rightarrow y = 100 - x$$

$$A = xy = x(100 - x) = 100x - x^2 \quad A' = 100 - 2x = 0 \Rightarrow x = 50$$

Como $A'' = -2 < 0 \Rightarrow x = 50$ es un máximo

- 4) Se trata de una distribución binomial $B(3, 0'2)$.

$$a) p(x=3) = \binom{3}{3} \cdot 0'2^3 \cdot 0'8^0 = 0'008$$

$$b) p(x=0) = \binom{3}{0} \cdot 0'2^0 \cdot 0'8^3 = 0'512$$

$$c) p(x=1) = \binom{3}{1} \cdot 0'2^1 \cdot 0'8^2 = 0'384$$