LA RIOJA

Índice

Enunciados de las pruebas y criterios extraídos de la página web de la Universidad de La Rioja:
http://www.unirioja.es

Criterios generales de corrección:

- Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.
- Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, del tipo:

  $$\sqrt{a^2+b^2} = a+b \quad \frac{\ln x}{x} = \ln \quad \int \frac{x}{x^2+3} = \int\left(\frac{1}{x}+\frac{x}{3}\right)$$

  se penalizarán especialmente, y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.
- Se deberá valorar la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas. Algunos ejemplos:
  a) Si al resolver un sistema de ecuaciones, el alumno comete un error numérico, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
  b) En la representación gráfica de funciones, se valorará la coherencia del dibujo con los datos obtenidos previamente por el alumno. (Vale aquí la misma excepción que en el párrafo anterior.)
- La puntuación máxima de cada pregunta o apartado figura en los enunciados.
- Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo solo los resultados, sin el desarrollo lógico de cómo los ha obtenido, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 40 % de la nota máxima prevista.
- Si el alumno debe elegir un solo problema entre dos propuestos y resuelve los dos, se le corregirá únicamente el que haya resuelto en primer lugar.

PARTE A

Responde de manera razonada a las siguientes cuestiones:

A1 (1 punto). Resuelve la ecuación matricial $M \cdot X = M + M^t$, siendo X una matriz desconocida de tamaño 2×2, $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y M^t la traspuesta de M.

A2 (1 punto). ¿Cuántas asíntotas verticales tiene la función $f(x) = \dfrac{x+4}{x^2-16}$?

A3 (1 punto). Calcula la siguiente integral indefinida: $\displaystyle\int \left(x + \frac{5}{x} \right)^2 dx$

A4 (1 punto). Sonia y Manuel tiran, cada uno, un dado numerado del 1 al 6.
¿Cuál es la probabilidad de que Sonia saque mayor puntuación que Manuel?

PARTE B

Resuelve uno de los dos problemas siguientes:

B1 (3 puntos). Discute, en función del parámetro a, la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales. Resuélvelo cuando sea posible.

$$\left.\begin{aligned} x + 4y + z &= 2 \\ 3x - y + 2z &= 1 \\ 2x - 5y + az &= -a \end{aligned}\right\}$$

B2 (3 puntos). Un profesor ha dado a sus alumnos una lista de problemas para que resuelvan, como máximo, 70 problemas. Los problemas están clasificados en dos grupos.
Los del grupo A valen 5 puntos cada uno y los del grupo B, 7 puntos. Para resolver un problema del tipo A se necesitan 2 minutos y para resolver un problema del tipo B, 3 minutos. Si los alumnos disponen de dos horas y media para resolver los problemas, ¿cuántos problemas de cada tipo habría que hacer para obtener la puntuación máxima? ¿Cuál es dicha puntuación máxima?

PARTE C

Resuelve uno de los dos problemas siguientes:

C1 La función $f(t) = \dfrac{t^2 - t + 1}{t^2 + 1}$ representa la concentración de oxígeno en un estanque contaminado por residuos orgánicos en un tiempo t (medido en semanas).

a) **(1,5 puntos).** Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ para $t \geq 0$ así como los instantes donde la concentración de oxígeno es máxima y mínima.

b) **(1,5 puntos).** De forma razonada, y conforme a los datos anteriores, representa gráficamente la función para $t \geq 0$, estudiando con todo detalle sus asíntotas.

C2 El sueldo de los trabajadores de una multinacional sigue una distribución normal de media $\mu = 2.500$ € y desviación típica $\sigma = 600$ €. Si se toma una muestra de 64 trabajadores:

a) **(0,5 puntos).** ¿De qué tipo es la distribución de las medias de las muestras que pueden extraerse?

b) **(1 punto).** ¿Cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea menor que 2.350?

c) **(1,5 puntos).** Calcula el intervalo característico de las medias muestrales correspondiente a una probabilidad del 90 %.

PARTE A

CUESTIÓN A1

$M \cdot X = M + M^t \rightarrow X = M^{-1} \cdot (M + M^t) = I + M^{-1} \cdot M^t$, siendo I la matriz identidad de orden 2.

Como $|M| = -2 \neq 0$, existe M^{-1}: $M^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

Entonces tenemos que: $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$

CUESTIÓN A2

Dom $f = \mathbb{R} - \{-4, 4\}$

$$\lim_{x \to -4} \frac{x+4}{x^2-16} \rightarrow \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to -4} \frac{x+4}{x^2-16} = \lim_{x \to -4} \frac{x+4}{(x-4)(x+4)} = \lim_{x \to -4} \frac{1}{x-4} = -\frac{1}{8}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{x+4}{x^2-16} \rightarrow \infty$$

$$\left.\begin{array}{l} \displaystyle\lim_{x \to 4^-} \frac{x+4}{x^2-16} = -\infty \\ \displaystyle\lim_{x \to 4^+} \frac{x+4}{x^2-16} = +\infty \end{array}\right\} \rightarrow x = 4 \text{ es una asíntota vertical.}$$

Por tanto, la función solo tiene una asíntota vertical.

CUESTIÓN A3

$$\int \left(x + \frac{5}{x}\right)^2 dx = \int \left(x^2 + 10 + \frac{25}{x^2}\right) dx = \frac{x^3}{3} + 10x - \frac{25}{x} + k$$

CUESTIÓN A4

Los resultados posibles para Sonia y Manuel son:

(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Así, la probabilidad de que Sonia obtenga mayor puntuación que Manuel es: $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

PARTE B

PROBLEMA B1

Sean $M = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -5 & a \end{pmatrix}$ la matriz de los coeficientes y $M^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & a & -a \end{array}\right)$ la matriz ampliada del sistema.

$$|M| = 13 - 13a$$

- Si $a \neq 1 \rightarrow$ Rango $(M) =$ Rango $(M^*) = 3 =$ n.º de incógnitas. El sistema es compatible determinado, y tiene una solución única.

$$\left.\begin{array}{r} x + 4y + \ \ z = 2 \\ 3x - \ \ y + 2z = 1 \\ 2x - 5y + az = -a \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + \ 4y \qquad\quad + z = 2 \\ -13y \qquad\quad - z = -5 \\ -13y + (a-2)z = -a - 4 \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 4y + z = 2 \\ -13y - z = -5 \\ (a-1)z = 1 - a \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{15}{13} \\ y = \dfrac{6}{13} \\ z = -1 \end{cases}$$

- Si $a = 1 \rightarrow |M| = 0 \rightarrow$ Rango $(M) = 2 =$ Rango (M^*) (puesto que todos los menores de orden 3 de M^* son nulos). El sistema es compatible indeterminado, y tiene infinitas soluciones.

$$\left.\begin{array}{r} x + 4y + \ \ z = 2 \\ 3x - \ \ y + 2z = 1 \\ 2x - 5y + \ \ z = -1 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 4y + z = 2 \\ -13y - z = -5 \\ -13y - z = -5 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + 4y + z = 2 \\ -13y - z = -5 \\ 0 = 0 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} x = -3 + 9t \\ y = t \\ z = 5 - 13t \end{cases} \text{con } t \in \mathbb{R}$$

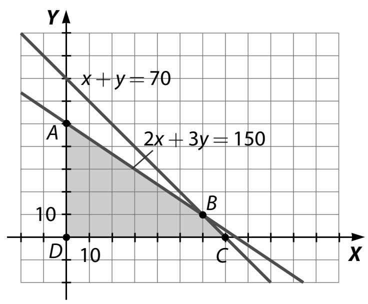
PROBLEMA B2

Sean x e y el número de problemas de cada tipo.

La función que hay maximizar es: $f(x, y) = 5x + 7y$

Teniendo en cuenta que dos horas y media son 150 minutos, las restricciones son:

$$\left.\begin{array}{l} x + y \leq 70 \\ 2x + 3y \leq 150 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$



Los vértices de la región factible son: $A(0, 50)$, $B(60, 10)$, $C(70, 0)$ y $D(0, 0)$.

Al sustituir las coordenadas de los puntos en la función objetivo:

$$f(0, 50) = 350 \quad f(60, 10) = 370 \quad f(70, 0) = 350 \quad f(0, 0) = 0$$

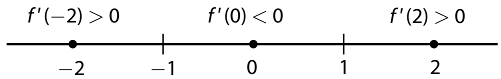
Luego para obtener la puntuación máxima deben resolverse 60 problemas del grupo A y 10 problemas del grupo B, de modo que se consiguen 370 puntos.

PARTE C

PROBLEMA C1

a) $f'(t) = \dfrac{(2t-1)(t^2+1)-(t^2-t+1)\cdot 2t}{(t^2+1)^2} = \dfrac{t^2-1}{(t^2+1)^2}$

$\dfrac{t^2-1}{(t^2+1)^2} = 0 \rightarrow t^2-1=0 \rightarrow t=\pm 1$



Así, para $t \geq 0$: $f(t)$ es decreciente en $(0, 1)$ y es creciente en $(1, +\infty)$. En $t = 1$ hay un mínimo absoluto.

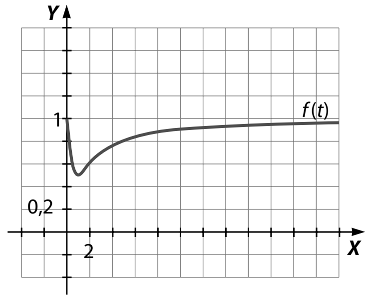
b) Como Dom $f = \mathbb{R}$, la función no tiene asíntotas verticales.

$\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = \lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{t^2-t+1}{t^2+1} = 1$

$\rightarrow y = 1$ es una asíntota horizontal.

Al tener asíntota horizontal, la función no tiene asíntota oblicua.

Considerando los puntos $(0, 1)$ y $\left(1, \dfrac{1}{2}\right)$, la representación gráfica de la función es:



PROBLEMA C2

a) $\overline{X} \equiv N\left(2.500, \dfrac{600}{\sqrt{64}}\right) = N(2.500, 75)$

b) $P(\overline{X} < 2.350) = P\left(\dfrac{\overline{X}-2.500}{75} < \dfrac{2.350-2.500}{75}\right) = P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$

c) Si $1-\alpha = 0,9 \rightarrow \alpha = 0,1 \rightarrow \dfrac{\alpha}{2} = 0,05$

El valor correspondiente a 0,95 de probabilidad es: $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,645$

Por tanto, el intervalo correspondiente es:

$$\left(2.500 - 1,645\cdot\frac{600}{\sqrt{64}}, 2.500 + 1,645\cdot\frac{600}{\sqrt{64}}\right) = (2.376,63;\ 2.623,38)$$

Criterios específicos de corrección:

PARTE A

A1: Hasta 1 punto.
A2: Hasta 1 punto.
A3: Hasta 1 punto.
A4: Hasta 1 punto.

PARTE B

B1: Hasta 3 puntos.
B2: Hasta 3 puntos.

PARTE C

C1:
Apartado a): Hasta 1,5 puntos.
Apartado b): Hasta 1,5 puntos.
C2:
Apartado a): Hasta 0,5 puntos.
Apartado b): Hasta 1 punto.
Apartado c): Hasta 1,5 puntos.

Enunciado de la prueba

(Septiembre de 2007)

PARTE A

Responde de manera razonada a las siguientes cuestiones:

A1 (1 punto). Encuentra el valor de a que hace que la siguiente matriz no tenga inversa:

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ a & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

A2 (1 punto). Calcula la integral indefinida:

$$\int \frac{x^3 + 2x + 1}{x^2}\, dx$$

A3 (1 punto). El número de individuos, en millones, de una población viene dado por la función:

$$f(t) = \frac{18 + t^2}{(t + 3)^2}$$

donde t es el tiempo medio en años desde $t = 0$. Calcula la población inicial y el tamaño de la población a largo plazo, cuando el tiempo tiende a ∞.

A4 (1 punto). Tenemos dos urnas A y B. En A hay 6 bolas blancas y 4 negras. En B hay 3 bolas blancas y 6 negras. Se saca una bola de A y se introduce en B. A continuación se saca una bola de B, ¿cuál es la probabilidad de que esta sea negra?

PARTE B

Resuelve uno de los dos problemas siguientes:

B1 (3 puntos). De todos los rectángulos de perímetro 10 metros, halla las dimensiones del que tiene la diagonal mínima.

B2 Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2$:

a) **(1 punto).** Calcula sus puntos de cortes con los ejes, máximos, mínimos y puntos de inflexión.

b) **(1 punto).** Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) **(1 punto).** Represéntala gráficamente.

PARTE C

Resuelve uno de los dos problemas siguientes:

C1 **(3 puntos).** Una empresa de construcción está formada por 20 oficiales y 12 peones. Para su siguiente trabajo se tienen que distribuir en grupos de dos tipos:

- Tipo A: Un oficial y un peón.
- Tipo B: Dos oficiales y un peón.

Los grupos de tipo A tienen unos ingresos de 1.500 € mensuales. Los grupos de tipo B tienen unos ingresos de 2.000 € mensuales. Determina cómo se han de distribuir los trabajadores para obtener los ingresos máximos.

C2 La temperatura media de una localidad sigue una ley normal de media 20,2 grados centígrados y desviación típica 6. Se toman muestras de 100 días y se pregunta:

a) **(0,5 puntos).** ¿Qué tipo de distribución siguen las medias extraídas?

b) **(1,5 puntos).** ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura media de la muestra esté entre 19,7 y 20,7 grados?

c) **(1 punto).** Encuentra el intervalo de confianza donde se encuentra el 95 % de las temperaturas medias de la muestra de 100 días.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

Tabla abreviada de la distribución normal tipificada

Resolución de la prueba (Septiembre de 2007)

PARTE A

CUESTIÓN A1

Una matriz no tiene inversa si su determinante vale cero.

Calculamos el valor de a para que $|M| = 0$:

$$|M| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ a & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 45 + 2a - 5 + 6a = 0 \rightarrow 40 = 4a \rightarrow a = 10$$

La matriz M no tiene inversa cuando $a = 10$.

CUESTIÓN A2

$$\int \frac{x^3 + 2x + 1}{x^2}\, dx = \int \left(x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 2 \ln x - \frac{1}{x} + k$$

CUESTIÓN A3

La población inicial es:

$$f(0) = \frac{18}{3^2} = 2 \text{ millones de individuos}$$

A largo plazo la población será:

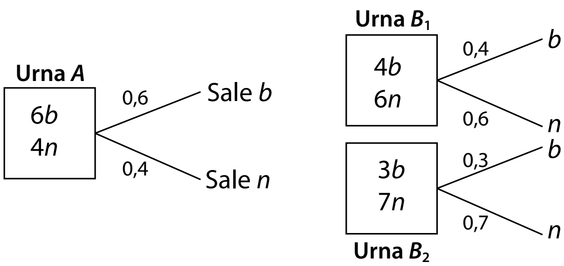
$$\lim_{t \to +\infty} \frac{18 + t^2}{(t+3)^2} = \lim_{t \to +\infty} \frac{18 + t^2}{t^2 + 6t + 3} = 1 \text{ millón de individuos}$$

CUESTIÓN A4

Según salga bola blanca o bola negra de la urna A, se configuran dos tipos de urna B que llamaremos B_1 y B_2.

Consideramos los sucesos n = «Sacar bola negra» y b = «Sacar bola blanca».

Nos ayudamos con el siguiente diagrama de árbol:



$$P(n) = P(n \text{ en } B_1 \cup n \text{ en } B_2) = P[(\text{sale } b \text{ de } A \cap \text{sale } n \text{ de } B_1) \cup (\text{sale } n \text{ de } A \cap \text{sale } n \text{ de } B_2)] =$$
$$= 0{,}6 \cdot 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 0{,}7 = 0{,}64$$

PARTE B

PROBLEMA B1

El perímetro de un rectángulo de lados a y b es: $2a + 2b = 10$
La diagonal es:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{10 - 2a}{2}\right)^2}$$, y queremos que sea mínima.

Llamamos $f(a)$ a la función diagonal:

$$f(a) = \sqrt{a^2 + \left(\frac{10 - 2a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + (5 - a)^2} = \sqrt{2a^2 - 10a + 25}$$

Calculamos su primera derivada y vemos en qué valores se anula:

$$f'(a) = \frac{4a - 10}{2\sqrt{2a^2 - 10a + 25}} = 0 \rightarrow a = \frac{10}{4} = 2{,}5 \text{ y } b = \frac{10 - 2a}{2} = \frac{10 - 5}{2} = 2{,}5$$

Comprobamos si $a = 2{,}5$ es un mínimo:

$$f''(a) = 2(2a^2 - 10a + 25)^{-\frac{1}{2}} + (2a - 5)\left(-\frac{1}{2}\right)(4a - 10)(2a^2 - 10a + 25)^{-\frac{3}{2}}$$

y vemos que $f''(2{,}5) > 0$. Por tanto, la diagonal mínima pertenece a un cuadrado de lado 2,5 metros.

PROBLEMA B2

a) Hallamos los puntos de corte con los ejes:

$f(x) = x^3 + 3x^2 = x^2(x + 3) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -3 \rightarrow$ Los puntos son: $(0,\ 0)$ y $(-3,\ 0)$

$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2) \qquad f''(x) = 6x + 6 \qquad f'''(x) = 6$

Máximos y mínimos:

Si $f'(x) = 0 \rightarrow 3x(x + 2) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -2$
Calculamos el comportamiento de la segunda derivada en $x = 0$ y $x = -2$.

$f''(0) = 6 > 0 \longrightarrow (0,\ 0)$ es un punto mínimo.
$f''(-2) = -6 < 0 \rightarrow (-2,\ 4)$ es un punto máximo.

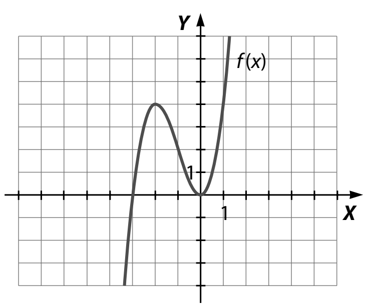
Puntos de inflexión:

Si $f''(x) = 0 \rightarrow 6x + 6 = 0 \rightarrow x = -1$

Como $f'''(-1) \neq 0 \rightarrow (-1, 2)$ es un punto de inflexión.

b) Intervalos de crecimiento: $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$
Intervalo de decrecimiento: $(-2, 0)$

c)



PARTE C

PROBLEMA C1

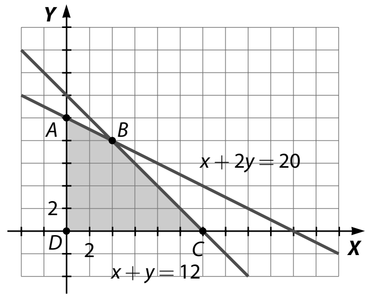
Construimos la siguiente tabla para plantear el sistema de inecuaciones:

	Tipo *A*	Tipo *B*	Trabajadores
Oficial	1	2	20
Peón	1	1	12
Ingresos	1.500	2.000	

Llamamos $x =$ «Número de grupos de tipo *A*» e $y =$ «Número de grupos de tipo *B*».
Resolvemos el siguiente sistema y calculamos los vértices de la región factible:

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y \le 20 \\ x + y \le 12 \\ x \ge 0 \\ y \ge 0 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} y = \dfrac{20 - x}{2} \\ y = 12 - x \end{array}\right\}$$

$$\rightarrow \frac{20 - x}{2} = 12 - x \rightarrow x = 4 \text{ e } y = 8$$



Los vértices de la región son: *A*(4, 8), *B*(12, 0), *C*(0, 10) y *D*(0, 0).

La función objetivo que tenemos que maximizar es:

$$f(x, y) = 1.500x + 2.000y$$

Estudiamos la función en los vértices de la región factible:

$$f(4, 8) = 1.500 \cdot 4 + 2.000 \cdot 8 = 22.000$$
$$f(12, 0) = 1.500 \cdot 12 = 18.000$$
$$f(0, 10) = 2.000 \cdot 10 = 20.000$$
$$f(0, 0) = 0$$

Se obtienen los ingresos máximos cuando los trabajadores se distribuyen en 4 grupos del tipo *A* y 8 grupos del tipo *B*.

PROBLEMA C2

a) La temperatura media poblacional sigue una distribución normal: $N(20{,}2; 6)$

Y la media muestral seguirá una distribución normal: $N\left(20{,}2;\ \dfrac{6}{\sqrt{100}}\right) = N(20{,}2; 0{,}6)$

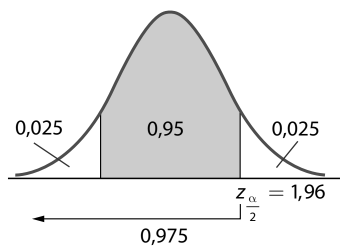
b) $P(19{,}7 < \overline{X} < 20{,}7) = P\left(\dfrac{19{,}7 - 20{,}2}{0{,}6} < Z < \dfrac{20{,}7 - 20{,}2}{0{,}6}\right) =$

$$= P(-0{,}833 < Z < 0{,}833) = P(Z < 0{,}833) - P(Z < -0{,}833) = 0{,}797 - 1 + 0{,}797 = 0{,}594$$

Por tanto, la probabilidad de que la temperatura media de la muestra de 100 días esté entre 19,7 y 20,7 grados es de 0,594.

c) El nivel de confianza es: $1 - \alpha = 0{,}95$ y el valor crítico obtenido en la tabla de la distribución normal es:

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96.$$



El intervalo de confianza para la media viene dado por:

$$\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(20{,}2 - 1{,}96 \cdot \frac{6}{\sqrt{100}};\ 20{,}2 + 1{,}96 \cdot \frac{6}{\sqrt{100}}\right) = (19{,}02;\ 21{,}37)$$

Podemos decir que el intervalo de confianza donde se encuentra el 95 % de las temperaturas medias de las muestras de 100 días es: (19,02; 21,37).

Criterios específicos de corrección:

PARTE A

A1: Hasta 1 punto.
A2: Hasta 1 punto.
A3: Hasta 1 punto.
A4: Hasta 1 punto.

PARTE B

B1: Hasta 3 puntos.
B2: Apartado a): Hasta 1 punto.
Apartado b): Hasta 1 punto.
Apartado c): Hasta 1 punto.

PARTE C

C1: Hasta 3 puntos.
C2: Apartado a): Hasta 0,5 puntos.
Apartado b): Hasta 1,5 puntos.
Apartado c): Hasta 1 punto.