

# Tema 11. Aplicaciones de las derivadas

## Paso a paso

94. Dibuja la siguiente función y completa el formulario de los diez apartados:

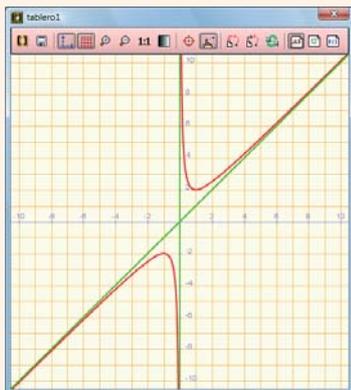
$$y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

**Solución:**

11. Aplicaciones de las derivadas  
Alba Maza Sánchez  
Óscar Arias López  
Paso a paso

- Dibuja la función.
- Asíntotas:

  - Halla y dibuja la asíntota vertical.
  - Halla y dibuja la asíntota oblicua.



Ejercicio 94

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} \rightarrow x \mapsto \frac{x^2 + 1}{x}$$

dibujar  $\{f(x), \{color=rojo, anchura\_linea=2\}\} \rightarrow$  tablero1

- Tipo de función: racional.
  - Dominio: por ser una función racional hay que excluir las raíces del denominador.  
 $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
  - Continuidad: es discontinua en  $x = 0$ , donde tiene una discontinuidad de 1ª especie de salto infinito.
  - Periodicidad: no es periódica.  
Las funciones racionales nunca lo son.
  - Simetrías: es impar, simétrica respecto del origen  $O(0, 0)$
  - Asíntotas:
    - Verticales:  $x = 0$
- dibujar  $\{x = 0, \{color=verde, anchura\_linea=2\}\} \rightarrow$  tablero1
- Horizontales: no tiene.
  - Oblicuas:
 
$$x^2 + 1 \overline{x} \rightarrow x^2 + 1 \cdot \frac{x}{x}$$

$$y = x$$
- dibujar  $\{y = x, \{color=verde, anchura\_linea=2\}\} \rightarrow$  tablero1
- Corte con los ejes:
    - Eje X: no lo corta.
    - Eje Y: no lo corta.
  - Signo:
    - Positiva (+):  $(0, +\infty)$
    - Negativa (-):  $(-\infty, 0)$

- Máximos y mínimos relativos:

  - Halla los máximos y mínimos relativos.

**8. Máximos y mínimos relativos:**

$$f'(x) \rightarrow \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$$\text{resolver}(f'(x) = 0) \rightarrow \{x = -1, x = 1\}$$

$$f(-1) \rightarrow -2$$

$$A(-1, -2)$$

$$f(1) \rightarrow 2$$

$$B(1, 2)$$

· Máximo relativo:  $A(-1, -2)$

· Mínimo relativo:  $B(1, 2)$

Monotonía:

· Creciente:  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

· Decreciente:  $(-1, 0) \cup (0, 1)$

**9. Puntos de inflexión:**

$$f''(x) \rightarrow \frac{2}{x^3}$$

$$\text{resolver}(f''(x) = 0) \rightarrow \{\}$$

No tiene puntos de inflexión.

Curvatura:

· Convexa (U):  $(0, +\infty)$

· Cóncava (∩):  $(-\infty, 0)$

**10. Recorrido o imagen:**

$$Img(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

95. Dentro de un prado se quiere colocar una cerca rectangular de 30 m de longitud para que pueda pasar una cabra. Calcula las dimensiones para que la superficie sea máxima.

**Solución:**

Ejercicio 95

Planteamiento:  $S(x, y) = xy$

Condiciones:  $2x + 2y = 30$

$$\text{resolver}(\{2x + 2y = 30, \{y\}\}) \rightarrow \{y = -x + 15\}$$

$$S(x) = x \cdot (-x + 15) \rightarrow x \mapsto -x^2 + 15 \cdot x$$

$$S'(x) \rightarrow -2 \cdot x + 15$$

$$\text{resolver}(S'(x) = 0) \rightarrow \left\{x = \frac{15}{2}\right\}$$

$$\text{sustituir}(y = -x + 15, x, \frac{15}{2}) \rightarrow y = \frac{15}{2}$$

El rectángulo es un cuadrado de lado 7,5 m

96. Internet. Abre la web: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es), elige **Matemáticas**, curso y tema.

## Así funciona

### Curvas del 96 al 103

Se selecciona la curva 94 completa, se pega en un nuevo bloque y se hacen las modificaciones oportunas para la curva 97

De igual forma se hace el 98

A partir del 99, se copia el 94 o el 98 según la función sea polinómica o racional.

### Descomposición en fracciones simples

En **Operaciones**, se elige **División euclidiana** y se escribe el dividendo y el divisor. Tiene aplicación al cálculo de asíntotas oblicuas en las funciones racionales.

## Practica

Dibuja las siguientes funciones y completa para cada una de ellas el formulario de los diez apartados:

97.  $y = x^3 - 3x$

98.  $y = \frac{1}{x^2 - 1}$

99.  $y = -x^3 - 3x^2 + 2$

100.  $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$

101.  $y = x^4 - 2x^3$

102.  $y = \frac{x^2 - x - 2}{1 - x}$

103.  $y = -x^4 + 6x^2 - 5$

104.  $y = \frac{6}{x^2 + 3}$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

105. Dibuja la siguiente función polinómica y sus derivadas sucesivas. ¿Qué puedes inducir de los resultados obtenidos?

$$y = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x - 1$$

106. Calcula el valor de los coeficientes **a** y **b** para que la función:

$$f(x) = ax^3 + bx$$

tenga un máximo relativo en el punto  $P(1, 2)$

107. Calcula la función polinómica de tercer grado que tiene un máximo relativo en el punto  $P(-2, 4)$  y un punto de inflexión en  $Q(-1, 2)$

108. Dibuja la función derivada  $f'(x) = 2x$ , y observa la gráfica y el punto en el que corta al eje X. Trata de deducir una fórmula de la función  $f(x)$  por *ensayo-acierto*.

109. Las funciones que definen los ingresos y los gastos de una empresa son:

$$I(x) = 36x - 3x^2$$

$$G(x) = x^2 + 12x + 24$$

donde **x** se mide en miles de unidades producidas. Halla la función que obtiene los beneficios y calcula cuántas unidades tiene que producir para que los beneficios sean máximos.

110. En una ciudad de 3 000 000 de habitantes hay una epidemia de gripe. La función que define el número de enfermos es:

$$f(x) = 125 + 20x - x^2$$

donde **x** está medido en días, e **y**, en miles de personas. Calcula el día en el que el número de enfermos es máximo.

111. Entre todos los rectángulos de perímetro 100 m, calcula las dimensiones del que tiene mayor superficie.

112. Una finca está al lado de una carretera y se quiere vallar el mayor rectángulo posible. El metro de valla al lado de la carretera cuesta 5 €, y el resto, a 2 €. Halla el área del mayor recinto que se puede vallar con 2 800 €