

**Paso a paso**

119. Dibuja y calcula el área del recinto limitado por el eje X y la función  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  en el intervalo  $[1, 4]$

**Solución:**

14. Integral definida

Alba Maza Sánchez

Óscar Arias López

Paso a paso

- a) Introduce la función.
- b) Dibuja las rectas  $x = 1$ ,  $x = 4$  que limitan el intervalo.
- c) Dibuja la función.
- d) Resuelve la ecuación correspondiente para hallar las abscisas de los puntos de corte con el eje X

$$x = -1, x = 3$$

- e) Calcula el área correspondiente a la 1ª región. En **Análisis** elige **Integral definida**.
- f) Calcula el área correspondiente a la 2ª región.
- g) Suma los valores absolutos obtenidos.

**Problema 119**

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 \rightarrow x \rightarrow x^2 - 2 \cdot x - 3$$

dibujar(x = 1, {color = verde, anchura\_linea = 2})

dibujar(x = 4, {color = verde, anchura\_linea = 2})

dibujar(f(x), {color = rojo, anchura\_linea = 2})

resolver(f(x) = 0)  $\rightarrow$  {{x=-1}, {x=3}}

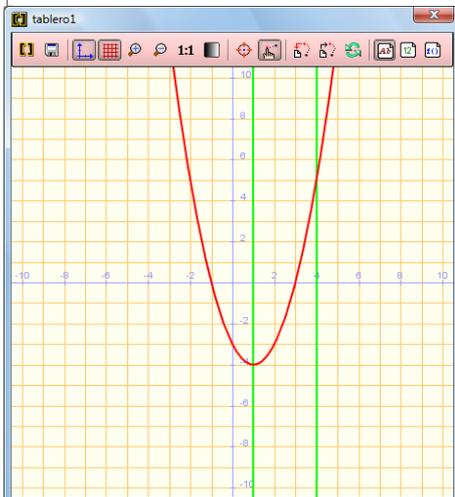
Hay dos regiones en los intervalos  $[1, 3]$  y  $[3, 4]$

$$\int_1^3 f(x) dx \rightarrow -\frac{16}{3}$$

$$\int_3^4 f(x) dx \rightarrow \frac{7}{3}$$

$$\left| -\frac{16}{3} \right| + \left| \frac{7}{3} \right| \rightarrow \frac{23}{3}$$

$$\text{Área} = \frac{23}{3} \text{ u}^2$$



120. Calcula el volumen generado por la superficie comprendida entre las siguientes funciones cuando giran alrededor del eje X

$$f(x) = \frac{6}{x} \quad g(x) = -\frac{x}{2} + 4$$

**Solución:**

- a) Introduce las dos funciones.
- b) Representa las dos funciones.
- c) Para hallar los límites de integración resuelve la ecuación que se obtiene al igualar las dos funciones:

$$f(x) = g(x) \\ x = 2, x = 6$$

- d) Calcula la siguiente integral y aproxima el resultado.

$$\pi \left| \int_2^6 (f(x)^2 - (g(x))^2) dx \right|$$

**Problema 120**

$$f(x) = \frac{6}{x} \rightarrow x \rightarrow \frac{6}{x}$$

$$g(x) = -\frac{x}{2} + 4 \rightarrow x \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot x + 4$$

dibujar(f(x), {color = rojo, anchura\_linea = 2})

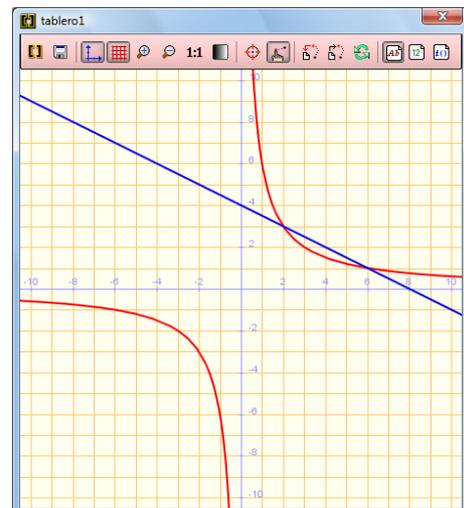
dibujar(g(x), {color = azul, anchura\_linea = 2})

resolver(f(x) = g(x))  $\rightarrow$  {{x=2}, {x=6}}

$$\pi \int_2^6 |(f(x)^2 - g(x)^2)| dx \rightarrow \frac{16 \cdot \pi}{3}$$

$$\frac{16 \cdot \pi}{3} \rightarrow 16.755$$

$$\text{Volumen} = \frac{16 \cdot \pi}{3} = 16,76 \text{ u}^3$$



121. Internet. Abre: [www.editorial-bruno.es](http://www.editorial-bruno.es) y elige **Matemáticas**, curso y tema.

## Así funciona

### Integral definida

En **Análisis** se elige  **Integral definida**, se introducen los límites de integración, la función y la variable.

### Practica

122. Dibuja el recinto correspondiente y calcula la siguiente integral definida.

$$\int_2^5 (x - 1) dx$$

Observa y justifica el signo del valor obtenido.

123. Dibuja el recinto correspondiente y calcula la siguiente integral definida.

$$\int_1^4 (x^2 - 6x + 4) dx$$

Observa y justifica el signo del valor obtenido.

124. Dibuja el recinto correspondiente y calcula la siguiente integral definida.

$$\int_{-4}^4 |x| dx$$

125. Calcula la derivada de la función.

$$F(x) = \int_{x^2}^{x^3} L t$$

126. Dibuja el recinto limitado por las siguientes funciones y calcula su área.

$$f(x) = 4 - x^2$$

$$g(x) = 2x + 1$$

127. Dibuja y calcula el área del recinto limitado por el eje X y la función:

$$f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$$

128. Un objeto se deja caer en el vacío, suponiendo que la gravedad es de  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Calcula la velocidad que lleva al cabo de 4 s y el espacio recorrido. Dibuja las funciones correspondientes a la velocidad y a la aceleración.

129. La función que mide el caudal de un río en función de los meses del año, viene dado por:

$$f(x) = 3 + 2 \cos \frac{\pi x}{6}$$

donde  $f(x)$  está dado en miles de hectolitros por mes, y  $x$  en meses.

- ¿Qué cantidad de agua pasa por el río en un año?
- Dibuja la región correspondiente a la cantidad de agua que lleva el río.

130. Una fábrica produce chips para ordenadores. La función de ingreso marginal, viene dada por:

$$i(x) = 3 + \frac{2}{x + 1}$$

donde  $x$  es el número de chips vendidos e  $i(x)$  viene dado en euros. Si vende 10 000 unidades, ¿cuáles son los ingresos obtenidos?

Dibuja la región correspondiente a los ingresos obtenidos.

131. Deduce la fórmula del volumen de una pirámide.

132. Calcula el volumen generado por la función

$$f(x) = \frac{x}{3}$$

cuando gira alrededor del eje X, en el intervalo  $[3, 9]$

133. Calcula el área encerrada por las funciones:

$$f(x) = x^3 + 3x^2, g(x) = x + 3$$

134. Calcula el valor de  $a$  para que el área de la región plana encerrada entre la parábola:

$$y = x^2$$

y la recta:

$$y = a$$

sea el doble del área de la región limitada por dicha parábola y la recta  $y = 1$

135. Dada la función:

$$f(x) = 2x + |x^2 - 1|$$

Calcula:

$$\int_0^2 f(x) dx$$