

PASO A PASO

26. Halla la ecuación general de la esfera de centro $C(2, 1, -1)$ y radio 5. Representa la esfera y el centro.

Solución:

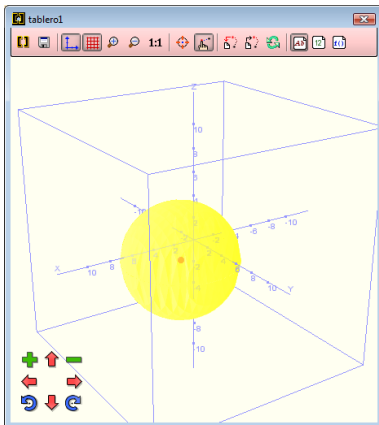
- a) Introduce y dibuja el centro.
- b) Introduce la ecuación de la esfera en la forma:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 - 5^2$$

- c) Despeja z de la ecuación de la esfera:
resolver($x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0, z$)
- d) Dibuja los dos valores de z que obtienes.

8. La esfera
Alba Maza Sánchez
Óscar Arias López
Paso a paso

```
Ejercicio 26
C := punto(2, 1, -1) → punto(2,1,-1)
dibujar3d(C, {color = rojo, tamaño_punto = 8})
(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 - 5^2 → x^2 - 4·x + y^2 - 2·y + z^2 + 2·z - 19
Ecuación general de la esfera:
x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0
resolver(x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0, z)
dibujar3d(-√(-x^2 + 4·x - y^2 + 2·y + 20 - 1), {color = amarillo})
dibujar3d(√(-x^2 + 4·x - y^2 + 2·y + 20 - 1), {color = amarillo})
```



27. Halla la posición relativa de la recta y esfera siguientes. Si tienen puntos en común hálloslos. Representa la recta, la esfera y el punto.

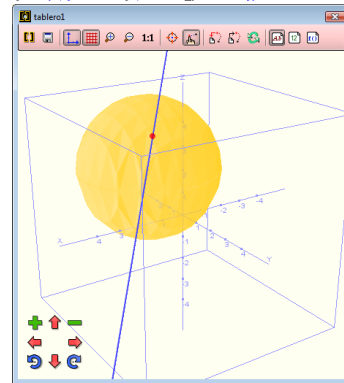
$$r \equiv \frac{x - 4}{2} = \frac{y - 3}{2} = \frac{z - 1}{-3}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0$$

Solución:

- a) Resuelve el sistema formado por la recta y la esfera. Se obtiene el punto:
P(2, 1, 4)
La recta es tangente a la esfera.
- b) Representa la recta.
- c) Representa la esfera.
- d) Representa el punto

```
Ejercicio 27
resolver(
  {
    x - 4 = y - 3
    y - 3 = z - 1
    x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0
  },
  {x=2,y=1,z=4}
)
La recta es tangente a la esfera.
P := punto(2, 1, 4) → punto(2,1,4)
A := punto(4, 3, 1) → punto(4,3,1)
v = [2, 2, -3] → [2,2,-3]
r = recta(A, v) → -x + y + 1 = 0 ∩ -11·x + 14·y + 2·z = 0
dibujar3d(r, {color = azul, anchura_linea = 2})
resolver(x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 3 = 0, z)
dibujar3d(-√(-x^2 + 2·x - y^2 - 2·y + 7 + 2), {color = naranja})
dibujar3d(√(-x^2 + 2·x - y^2 - 2·y + 7 + 2), {color = naranja})
dibujar3d(P, {color = rojo, tamaño_punto = 8})
```



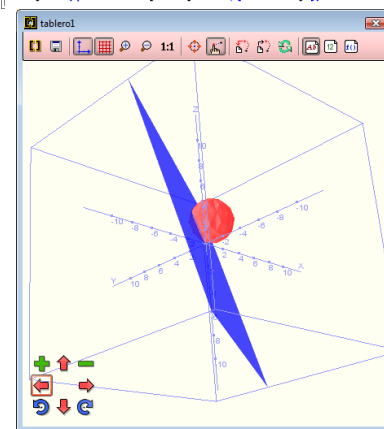
28. Halla la posición relativa de los siguientes plano y esfera. Haz el dibujo.

$$\pi \equiv 2x - 3y + z + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 10 = 0$$

Solución:

```
Ejercicio 32
C := punto(2, 1, 3) → punto(2,1,3)
R = 2 → 2
p = plano(2x - 3y + z + 1 = 0) → 2·x - 3·y + z + 1 = 0
distancia(C, p) → 5·√14 / 14
5·√14 / 14 → 1.3363
Como distancia(C, P) = 1.3363 < R = 2
El plano es secante a la esfera, tienen una circunferencia en común.
p = plano(2x - 3y + z + 1 = 0) → 2·x - 3·y + z + 1 = 0
dibujar3d(p, {color = azul})
resolver(x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 10 = 0, z)
dibujar3d(-√(-x^2 + 4·x - y^2 + 2·y - 1 + 3), {color = rojo})
dibujar3d(√(-x^2 + 4·x - y^2 + 2·y - 1 + 3), {color = rojo})
```



29. Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige Matemáticas, curso y tema.

ASÍ FUNCIONA

Representación de una esfera

a) Se introduce la ecuación de la esfera.

b) Se despeja z de la ecuación de la esfera:

$$\text{resolver}(x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 19 = 0, z)$$

c) Se dibujan en el mismo bloque los dos valores de z que se obtienen. Se utiliza la función **dibujar3d**

$$\text{dibujar3d}(-\sqrt{-x^2 - y^2 + 9}, \{\text{color} = \text{naranja}\})$$

$$\text{dibujar3d}(\sqrt{-x^2 - y^2 + 9}, \{\text{color} = \text{naranja}\})$$

PRACTICA

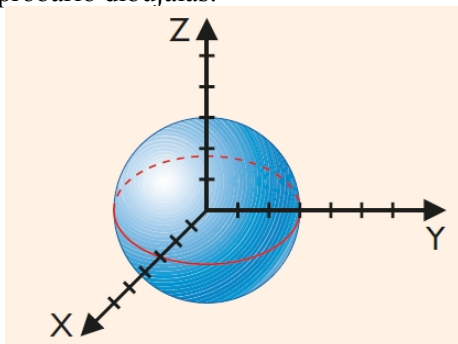
30. Halla la ecuación de la esfera de centro $O(0, 0, 0)$ y radio $R = 4$ y represéntala.

31. Calcula el centro y el radio de la esfera de ecuación:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z + 10 = 0$$

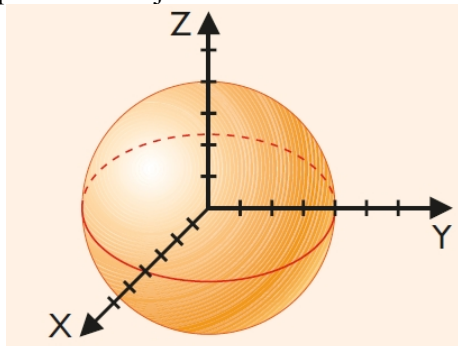
Representa la esfera y el centro.

32. Mediante *ensayo-acierto* halla la fórmula de la siguiente esfera. Para comprobarlo dibújalas.



33. Halla la ecuación general de la esfera de centro $C(1, -2, 4)$ y radio 3. Representa la esfera y el centro.

34. Mediante *ensayo-acierto* halla la fórmula de la siguiente esfera. Para comprobarlo dibújalas.



35. Halla la posición relativa de las siguientes recta y esfera.

$$r \equiv \frac{x-2}{2} = y-3 = \frac{z-4}{-2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

Representa la recta y la esfera.

36. Halla la posición relativa del siguiente plano y esfera.

$$\pi \equiv x - y + 2z - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4$$

Representa la recta y la esfera.

37. Halla la posición relativa de las siguientes recta y esfera.

$$r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{3} = z-1$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$$

Representa la recta y la esfera.

38. Halla la posición relativa del siguiente plano y esfera.

$$\pi \equiv 2x + y - 2z - 5 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 20 = 0$$

Representa la recta y la esfera.

39. Sea la superficie esférica de ecuación:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 9 = 0$$

a) Determina su centro y su radio.

b) Halla la ecuación de la recta que contiene al diámetro paralelo al eje OY

c) Obtén el centro y el radio de la circunferencia que resulta al cortar dicha esfera con el plano $z = 0$

d) Halla la ecuación del plano tangente a la esfera en un punto del eje X